POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
ZAKŁAD MECHANIKI BUDOWLI

ĆWICZENIE NR 2

OBLICZANIE UKŁADÓW OSIOWO-SYMETRYCZNYCH

Grzegorz Michułka
Gr. 3 KBI
Rok akademicki 2010/2011

OBLICZANIE UKŁADÓW OSIOWO SYMETRYCZNYCH

Dla zadanego schematu statycznego i obciążenia płyty kołowej wyznaczyć wykresy sił wewnętrznych $\boldsymbol{M_r}$, $\boldsymbol{M_\varphi}$, $\boldsymbol{Q_r}$, oraz przemieszczenia $\boldsymbol{\omega}$.

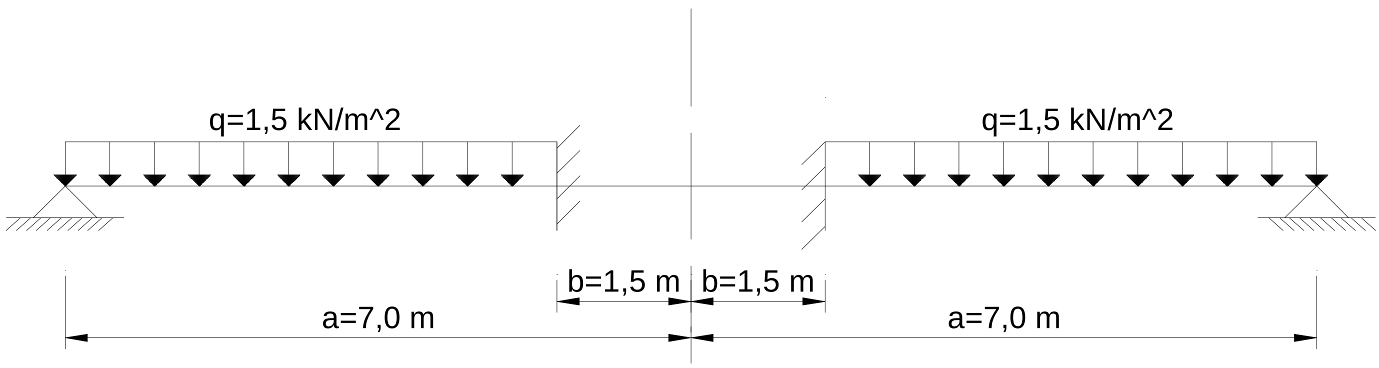
Do obliczeń przyjąć wartości stałych materiałowych: $E = 205\ GPa$, $\nu = 0{,}3$

$q = 1{,}5\ kN/m^2$, $a = 7{,}0\ m$, $b = 1{,}5\ m$, $h = 0{,}012\ m$

SZTYWNOŚĆ PŁYTY:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{205000000kN \cdot (0{,}012m)^3}{12(1-0{,}3^2)} = 32{,}44\ kNm$$

SCHEMAT PŁYTY:



PRZYJMUJE SIĘ:

$$\omega(r) = C_1 \ln r + C_2 r^2 \ln r + C_3 r^2 + C_4 + \frac{q}{64D} r^4$$

$$\omega'(r) = C_1 \frac{1}{r} + 2C_2 r \ln r + C_2 r + 2C_3 r + \frac{q}{16D} r^3 = 0$$

$$\omega''(r) = -C_1 \frac{1}{r^2} + 2C_2 \ln r + 3C_2 + 2C_3 + \frac{3q}{16D} r^2$$

WARUNKI BRZEGOWE:

1) $r(a)$ $\omega(a) = 0$

2) $r(b)$ $\omega(b) = 0$

3) r(a) $M_r(a) = 0$

4) $r(b)$ $\omega'(b) = 0$

Ad.1

$r(a) \qquad \omega(a) = 0$

$$\omega(r) = C_1 \ln r + C_2 r^2 \ln r + C_3 r^2 + C_4 + \frac{q}{64D} r^4 = 0$$

$$\omega(6) = C_1 \ln 7 + C_2 7^2 \ln 7 + C_3 7^2 + C_4 + \frac{1{,}5}{64 \cdot 32{,}44} 7^4 = 0$$

$$C_1 \cdot 1{,}945910149 + C_2 \cdot 95{,}3495873 + C_3 \cdot 49 + C_4 + 1{,}734692895 = 0$$

Ad.2

$r(b) \qquad \omega(b) = 0$

$$\omega(r) = C_1 \ln r + C_2 r^2 \ln r + C_3 r^2 + C_4 + \frac{q}{64D} r^4 = 0$$

$$\omega(3) = C_1 \ln 1{,}5 + C_2 1{,}5^2 \ln 1{,}5 + C_3 1{,}5^2 + C_4 + \frac{1{,}5}{64 \cdot 32{,}44} 1{,}5^4 = 0$$

$$C_1 \cdot 0{,}4054651081 + C_2 \cdot 0{,}9122964932 + C_3 \cdot 2{,}25 + C_4 + 0{,}003657593 = 0$$

Ad.3

$r(a) \qquad M_r(a) = 0$

$$M_r = -D\left(\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{d\omega}{dr}\right)$$

$$M_r = -D\left(-C_1 \frac{1}{r^2} + 2C_2 \ln r + 3C_2 + 2C_3 + \frac{3q}{16D} r^2 + \frac{\nu}{r} \cdot \left(C_1 \frac{1}{r} + 2C_2 r \ln r + C_2 r + 2C_3 r + \frac{q}{16D} r^3\right)\right)$$

$$M_r = -D\left(C_1\left(\frac{\nu - 1}{r^2}\right) + C_2(2\ln r(1+\nu) + 3 + \nu) + 2C_3(1+\nu) + \frac{q}{16D} r^2 (3+\nu)\right) = 0$$

$$M_r = -32{,}44\left(C_1\left(\frac{0{,}3 - 1}{7^2}\right) + C_2(2\ln 7(1+0{,}3) + 3 + 0{,}3) + 2C_3(1+0{,}3) + \frac{1{,}5}{16 \cdot 32{,}44} 7^2 (3+0{,}3)\right) = 0$$

$$C_1 \cdot (-0{,}01428571429) + C_2 \cdot 8{,}359366388 + C_3 \cdot 2{,}6 + 0{,}4673050247 = 0$$

Ad.4

$r(b) \qquad \omega'(b) = 0$

$$\omega'(r) = C_1 \frac{1}{r} + 2C_2 r \ln r + C_2 r + 2C_3 r + \frac{q}{16D} r^3 = 0$$

$$\omega'(r) = C_1 \frac{1}{r} + C_2(2r \ln r + r) + 2C_3 r + \frac{q}{16D} r^3 = 0$$

$$\omega'(6) = C_1 \frac{1}{1{,}5} + C_2(2 \cdot 1{,}5 \ln 1{,}5 + 1{,}5) + 2C_3 1{,}5 + \frac{1{,}5}{64 \cdot 32{,}44} 1{,}5^3 = 0$$

$$C_1 \cdot 0{,}666666667 + C_2 \cdot 2{,}716395324 + C_3 \cdot 3 + 0{,}002438395 = 0$$

ROZWIĄZUJĄC UKŁAD RÓWNAŃ:

$$C_1 \cdot 1{,}945910149 + C_2 \cdot 95{,}3495873 + C_3 \cdot 49 + C_4 + 1{,}734692895 = 0$$
$$C_1 \cdot 0{,}4054651081 + C_2 \cdot 0{,}9122964932 + C_3 \cdot 2{,}25 + C_4 + 0{,}003657593 = 0$$
$$C_1 \cdot (-0{,}01428571429) + C_2 \cdot 8{,}359366388 + C_3 \cdot 2{,}6 + 0{,}4673050247 = 0$$
$$C_1 \cdot 0{,}666666667 + C_2 \cdot 2{,}716395324 + C_3 \cdot 3 + 0{,}002438395 = 0$$

OTRZYMUJEMY:

$$C_1 = -\,0{,}6314658738$$
$$C_2 = -\,0{,}1397231786$$
$$C_3 = \ 0{,}2660274145$$
$$C_4 = -\,0{,}2187129310$$