Obliczanie ram metodą przemieszczeń

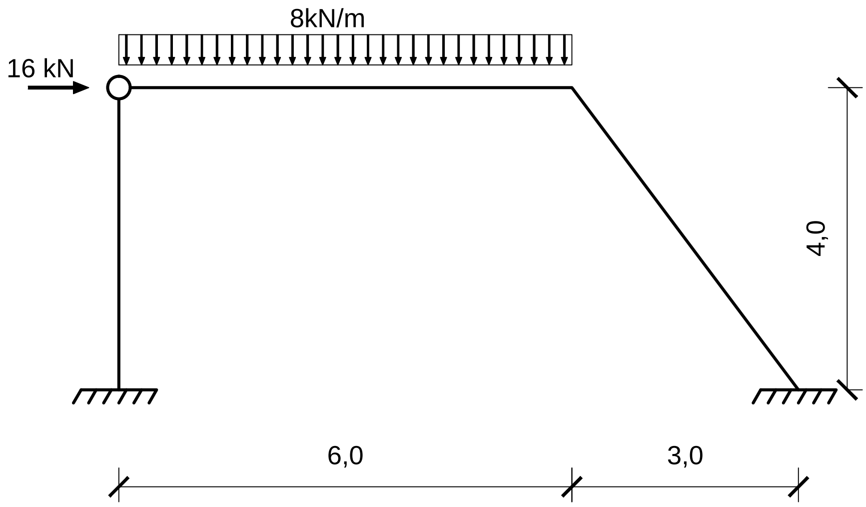
wersja komputerowa

Krzysztof Orłowski

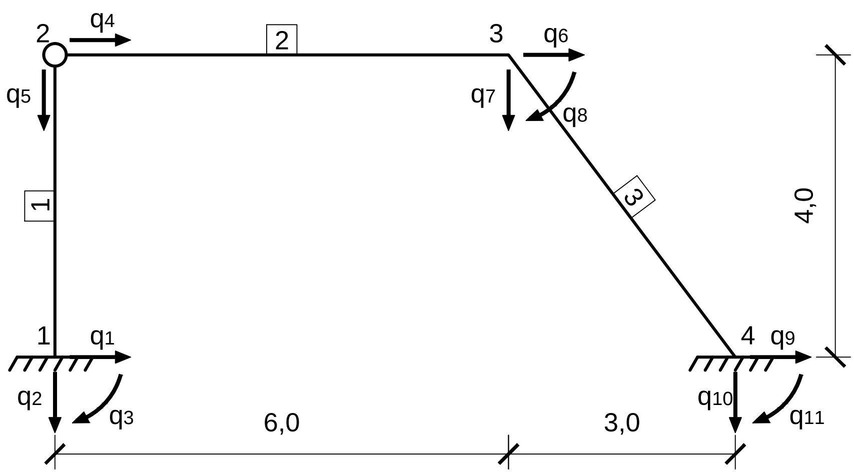
Spis treści

1 Schemat

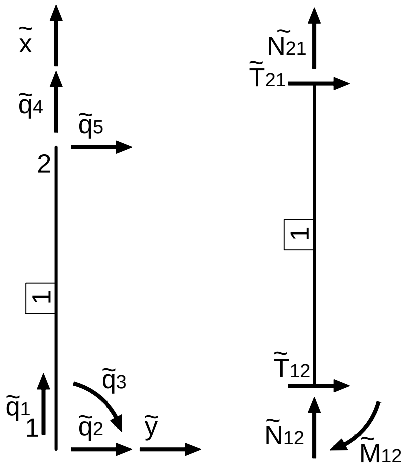
Układ prętów i obciążenie:



Oznaczenia przemieszczeń:



2 Pręt 1 - macierz sztywności



Przyjęto dwuteownik 120 IPN

$A = 14.20[cm^2]$

$I = 328[cm^4]$

$E = 20500[kN/cm^2]$

$EI = 672.4[kNm^2]$

$EA = 291100[kN]$

$l = 4[m]$ - długość pręta

$\alpha = 270^\circ$ -kąt obrotu lokalnego układu współrzędnych

$\sin\alpha = -1$ $\cos\alpha = 0$

Macierz sztywności w lokalnym układzie współrzędnych:

$$\tilde{k}_1 = \frac{1}{l^3}\begin{bmatrix} EAl^2 & 0 & 0 & -EAl^2 & 0 & 0 \\ 0 & 3EI & 3EIl & 0 & -3EI & 0 \\ 0 & 3EIl & 3EIl^2 & 0 & -3EIl & 0 \\ -EAl^2 & 0 & 0 & EAl^2 & 0 & 0 \\ 0 & -3EI & -3EIl & 0 & 3EI & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Po podstawieniu:

$$\tilde{k}_1 = \begin{bmatrix} 72775 & 0 & 0 & -72775 & 0 & 0 \\ 0 & 31.51875 & 126.075 & 0 & -31.51875 & 0 \\ 0 & 126.075 & 504.3 & 0 & -126.075 & 0 \\ -72775 & 0 & 0 & 72775 & 0 & 0 \\ 0 & -31.51875 & -126.075 & 0 & 31.51875 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Macierz transformacji:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz transformacji oraz macierz transponowana po podstawieniu:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

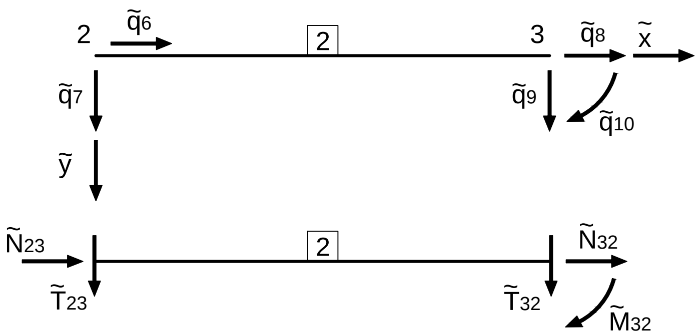
Transformacja do globalnego układu współrzędnych:

$k_1 = T_1^T \cdot \tilde{k}_1 \cdot T_1$

Macierz sztywności pręta w globalnym układzie współrzędnych

$$k_1 = \begin{bmatrix} 31.51875 & 0 & 126.075 & -31.51875 & 0 & 0 \\ 0 & 72775 & 0 & 0 & -72775 & 0 \\ 126.075 & 0 & 504.3 & -126.075 & 0 & 0 \\ -31.51875 & 0 & -126.075 & 31.51875 & 0 & 0 \\ 0 & -72775 & 0 & 0 & 72775 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 Pręt 2 - macierz sztywności



Przyjęto dwuteownik 120 IPN

$A = 14.20[cm^2]$

$I = 328[cm^4]$

$E = 20500[kN/cm^2]$

$EI = 672.4[kNm^2]$

$EA = 291100[kN]$

$l = 6[m]$ - długość pręta

$\alpha = 0^\circ$ -kąt obrotu lokalnego układu współrzędnych

$\sin\alpha = 0$ $\cos\alpha = 1$

Macierz sztywności w lokalnym układzie współrzędnych:

$$\tilde{k}_2 = \frac{1}{l^3}\begin{bmatrix} EAl^2 & 0 & 0 & -EAl^2 & 0 & 0 \\ 0 & 3EI & 0 & 0 & -3EI & 3EIl \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EAl^2 & 0 & 0 & EAl^2 & 0 & 0 \\ 0 & -3EI & 0 & 0 & 3EI & -3EIl \\ 0 & 3EIl & 0 & 0 & -3EIl & -3EIl^2 \end{bmatrix}$$

Po podstawieniu:

$$\tilde{k}_2 = \begin{bmatrix} 48516.66667 & 0 & 0 & -48516.66667 & 0 & 0 \\ 0 & 9.33889 & 0 & 0 & -9.33889 & 56.03333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -48516.66667 & 0 & 0 & 48516.66667 & 0 & 0 \\ 0 & -9.33889 & 0 & 0 & 9.33889 & -56.03333 \\ 0 & 56.03333 & 0 & 0 & -56.03333 & 336.2 \end{bmatrix}$$

Macierz transformacji:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz transformacji oraz macierz transponowana po podstawieniu:

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_2^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

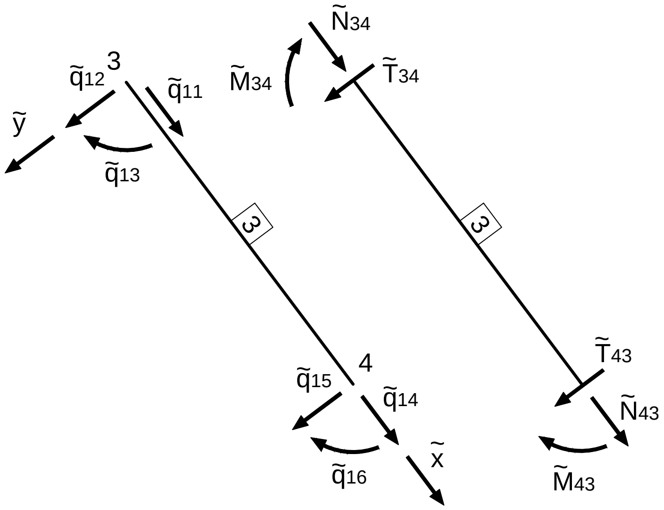
Transformacja do globalnego układu współrzędnych:

$k_2 = T_2^T \cdot \tilde{k}_2 \cdot T_2$

Macierz sztywności pręta w globalnym układzie współrzędnych

$$k_2 = \begin{bmatrix} 48516.66667 & 0 & 0 & -48516.66667 & 0 & 0 \\ 0 & 9.33889 & 0 & 0 & -9.33889 & 56.03333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -48516.66667 & 0 & 0 & 48516.66667 & 0 & 0 \\ 0 & -9.33889 & 0 & 0 & 9.33889 & -56.03333 \\ 0 & 56.03333 & 0 & 0 & -56.03333 & 336.2 \end{bmatrix}$$

4 Pręt 3 - macierz sztywności



Przyjęto dwuteownik 120 IPN

$A = 14.20[cm^2]$

$I = 328[cm^4]$

$E = 20500[kN/cm^2]$

$EI = 672.4[kNm^2]$

$EA = 291100[kN]$

$l = 5[m]$ - długość pręta

$\alpha = 53°$ -kąt obrotu lokalnego układu współrzędnych

$\sin\alpha = 4/5 = 0.8$ $\cos\alpha = 3/5 = 0.6$

Macierz sztywności w lokalnym układzie współrzędnych:

$$\tilde{k}_3 = \frac{1}{l^3}\begin{bmatrix} EAl^2 & 0 & 0 & -EAl^2 & 0 & 0 \\ 0 & 12EI & 6EIl & 0 & -12EI & 6EIl \\ 0 & 6EIl & 4EIl^2 & 0 & -6EIl & 2EIl^2 \\ -EAl^2 & 0 & 0 & EAl^2 & 0 & 0 \\ 0 & -12EI & -6EIl & 0 & 12EI & -6EIl \\ 0 & 6EIl & 2EIl^2 & 0 & -6EIl & -4EIl^2 \end{bmatrix}$$

Po podstawieniu:

$$\tilde{k}_3 = \begin{bmatrix} 58220 & 0 & 0 & -58220 & 0 & 0 \\ 0 & 64.5504 & 161.376 & 0 & -64.5504 & 161.376 \\ 0 & 161.376 & 537.92 & 0 & -161.376 & 268.96 \\ -58220 & 0 & 0 & 58220 & 0 & 0 \\ 0 & -64.5504 & -161.376 & 0 & 64.5504 & -161.376 \\ 0 & 161.376 & 268.96 & 0 & -161.376 & 537.92 \end{bmatrix}$$

Macierz transformacji:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz transformacji oraz macierz transponowana po podstawieniu:

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_3^T = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformacja do globalnego układu współrzędnych:

$$k_3 = T_3^T \cdot \tilde{k}_3 \cdot T_3$$

Macierz sztywności pręta w globalnym układzie współrzędnych

$$k_3 = \begin{bmatrix} 21000.51226 & 27914.61581 & -129.1008 & -21000.51226 & -27914.61581 & -129.1008 \\ 27914.61581 & 37284.03814 & 96.8256 & -27914.61581 & -37284.03814 & 96.8256 \\ -129.1008 & 96.8256 & 537.92 & 129.1008 & -96.8256 & 268.96 \\ -21000.51226 & -27914.61581 & 129.1008 & 21000.51226 & 27914.61581 & 129.1008 \\ -27914.61581 & -37284.03814 & -96.8256 & 27914.61581 & 37284.03814 & -96.8256 \\ -129.1008 & 96.8256 & 268.96 & 129.1008 & -96.8256 & 537.92 \end{bmatrix}$$

5 Macierz sztywności konstrukcji

$$K = \begin{bmatrix}
31.51875 & 0 & 126.075 & -31.51875 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 72775 & 0 & 0 & -72775 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
126.075 & 0 & 504.3 & -126.075 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-31.51875 & 0 & -126.075 & 48548.185417 & 0 & -48516.666667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -72775 & 0 & 0 & 72784.338889 & 0 & -9.338889 & 56.033333 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -48516.666667 & 0 & 69517.178923 & 27914.615808 & -129.1008 & -21000.512256 & -27914.615808 & -129.1008 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -9.338889 & 27914.615808 & 37293.377033 & 40.792267 & -27914.615808 & -37284.038144 & 96.8256 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 56.033333 & -129.1008 & 40.792267 & 874.12 & 129.1008 & -96.8256 & 268.96 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -21000.512256 & -27914.615808 & 129.1008 & 21000.512256 & 27914.615808 & 129.1008 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -27914.615808 & -37284.038144 & -96.8256 & 27914.615808 & 37284.038144 & -96.8256 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -129.1008 & 96.8256 & 268.96 & 129.1008 & -96.8256 & 537.92
\end{bmatrix}$$

Macierz sztywności konstrukcji K po wykonaniu procedury agregacji, uwzględnieniu warunkow brzegowych i wyeliminowaniu zerowego wiersza i kolumny:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 48548.1854 & 0 & -48516.6667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 72784.3389 & 0 & -9.3389 & 56.0333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -48516.6667 & 0 & 69517.1789 & 27914.6158 & -129.1008 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9.3389 & 27914.6158 & 37293.377 & 40.7923 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 56.0333 & -129.1008 & 40.7923 & 874.12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Reakcje przywęzłowe od obciażenia przęsłowego na pręcie 2:

$R_L = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l = \frac{3}{8} \cdot 8 \cdot 6 = 18[kN]$

$M_L = 0[kNm]$

$R_P = \frac{5}{8} \cdot q \cdot l = \frac{5}{8} \cdot 8 \cdot 6 = 30[kN]$

$M_P = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \cdot 8 \cdot 6^2 = 36[kNm]$

$P = P_W - R$

P_W - Wektor sił węzłowych

R - Wektor sił przywęzłowych

P - Wektor obciążenia

$$P_W = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 16 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} R = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -18 \\ 0 \\ -30 \\ 36 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} P = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 16 \\ 18 \\ 0 \\ 30 \\ -36 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Równanie równowagi układu: $K \cdot q = P$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 48548.1854 & 0 & -48516.6667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 72784.3389 & 0 & -9.3389 & 56.0333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -48516.6667 & 0 & 69517.1789 & 27914.6158 & -129.1008 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9.3389 & 27914.6158 & 37293.377 & 40.7923 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 56.0333 & -129.1008 & 40.7923 & 874.12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 16 \\ 18 \\ 0 \\ 30 \\ -36 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Po rozwiązaniu układu równań:

$$\left\{\begin{array}{c} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.120025026689 \\ 0.000307669026 \\ -0.120432784273 \\ 0.091019309361 \\ -0.063238562733 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} m \\ m \\ rad. \\ m \\ m \\ m \\ m \\ rad. \\ m \\ m \\ rad. \end{array}$$

6 Pręt 1 - obliczenie sił wewnętrznych

Wektor przemieszczeń pręta 1 w globalnym układzie współrzędnych:

$$q_1 = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.120025026689 \\ 0.000307669026 \end{Bmatrix} \begin{matrix} m \\ m \\ rad. \\ m \\ m \end{matrix}$$

Transformacja do lokalnego układu współrzędnych: $\tilde{q}_1 = T_1 \cdot q_1$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wektor przemieszczeń pręta 1 w lokalnym układzie współrzędnych:

$$\tilde{q}_1 = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.000307669026 \\ -0.120025026689 \end{Bmatrix} \begin{matrix} m \\ m \\ rad. \\ m \\ m \end{matrix}$$

Wektor sił przywęzłowych w lokalnym układzie współrzędnych:

$\tilde{Q}_1 = \tilde{k}_1 \cdot \tilde{q}_1 + \tilde{R}_1$

$$\tilde{Q}_1 = \begin{bmatrix} 72775 & 0 & 0 & -72775 & 0 \\ 0 & 31.51875 & 126.075 & 0 & -31.51875 \\ 0 & 126.075 & 504.3 & 0 & -126.075 \\ -72775 & 0 & 0 & 72775 & 0 \\ 0 & -31.51875 & -126.075 & 0 & 31.51875 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.000307669026 \\ -0.120025026689 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\tilde{Q}_1 = \begin{bmatrix} N_{12} \\ T_{12} \\ M_{12} \\ N_{21} \\ T_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22.391 \\ 3.783 \\ 15.132 \\ -22.391 \\ -3.783 \end{bmatrix} \begin{matrix} kN \\ kN \\ kNm \\ kN \\ kN \end{matrix}$$

7 Pręt 2 - obliczenie sił wewnętrznych

Wektor przemieszczeń pręta 2 w globalnym układzie współrzędnych:

$$q_2 = \left\{ \begin{array}{c} q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -0.120025026689 \\ 0.000307669026 \\ -0.120432784273 \\ 0.091019309361 \\ -0.063238562733 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m \\ m \\ m \\ m \\ rad. \end{array}$$

Transformacja do lokalnego układu współrzędnych: $\tilde{q}_2 = T_2 \cdot q_2$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wektor przemieszczeń pręta 2 w lokalnym układzie współrzędnych:

$$\tilde{q}_2 = \left\{ \begin{array}{c} q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -0.120025026689 \\ 0.000307669026 \\ -0.120432784273 \\ 0.091019309361 \\ -0.063238562733 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m \\ m \\ m \\ m \\ rad. \end{array}$$

Wektor sił przywęzłowych w lokalnym układzie współrzędnych:

$\tilde{Q}_2 = \tilde{k}_2 \cdot \tilde{q}_2 + \tilde{R}_2$

$$\tilde{Q}_2 = \begin{bmatrix} 48516.66667 & 0 & -48516.66667 & 0 & 0 \\ 0 & 9.33889 & 0 & -9.33889 & 56.03333 \\ -48516.66667 & 0 & 48516.66667 & 0 & 0 \\ 0 & -9.33889 & 0 & 9.33889 & -56.03333 \\ 0 & 56.03333 & 0 & -56.03333 & 336.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0.120025026689 \\ 0.000307669026 \\ -0.120432784273 \\ 0.091019309361 \\ -0.063238562733 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -18 \\ 0 \\ -30 \\ 36 \end{Bmatrix}$$

$$\tilde{Q}_2 = \begin{bmatrix} N_{23} \\ T_{23} \\ N_{32} \\ T_{32} \\ M_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.783 \\ -22.391 \\ -19.783 \\ -25.609 \\ 9.656 \end{bmatrix} \begin{matrix} kN \\ kN \\ kN \\ kN \\ kNm \end{matrix}$$

Wyliczenie momentu przęsłowego w pręcie 2:

$$22.391 - q \cdot x = 0$$

$$x = \frac{22.391}{8} = 2.80[m]$$

$$M = 22.391 \cdot x - 0.5 \cdot q \cdot x^2 = 22.391 \cdot 2.8 - 0.5 \cdot 8 \cdot 2.8^2 = \underline{31.334[kNm]}$$

8 Pręt 3 - obliczenie sił wewnętrznych

Wektor przemieszczeń pręta 3 w globalnym układzie współrzędnych:

$$q_3 = \begin{Bmatrix} q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.120432784273 \\ 0.091019309361 \\ -0.063238562733 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} m \\ m \\ rad. \\ m \\ m \\ rad. \end{matrix}$$

Transformacja do lokalnego układu współrzędnych: $\tilde{q}_3 = T_3 \cdot q_3$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wektor przemieszczeń pręta 3 w lokalnym układzie współrzędnych:

$$\tilde{q}_3 = \begin{Bmatrix} q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.000555776925 \\ 0.150957813036 \\ -0.063238562733 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} m \\ m \\ rad. \\ m \\ m \\ rad. \end{matrix}$$

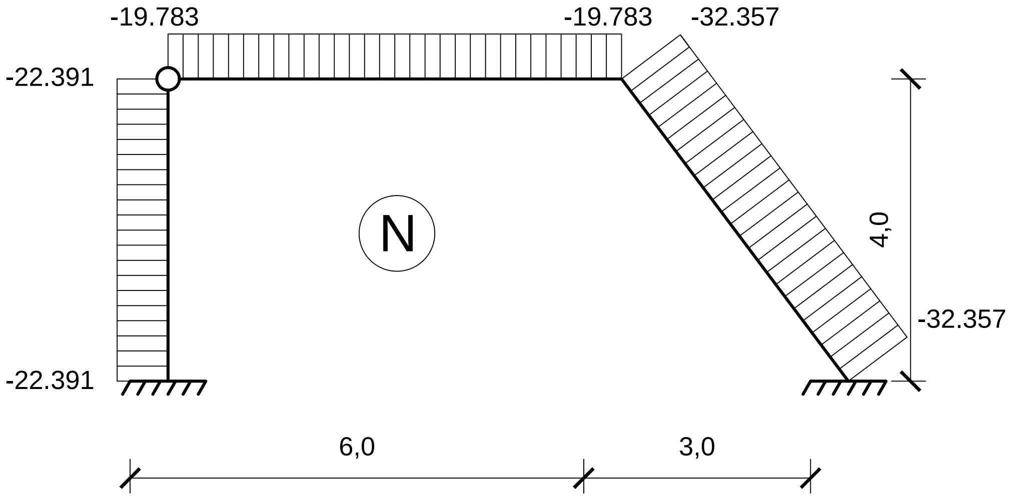
Wektor sił przywęzłowych w lokalnym układzie współrzędnych:

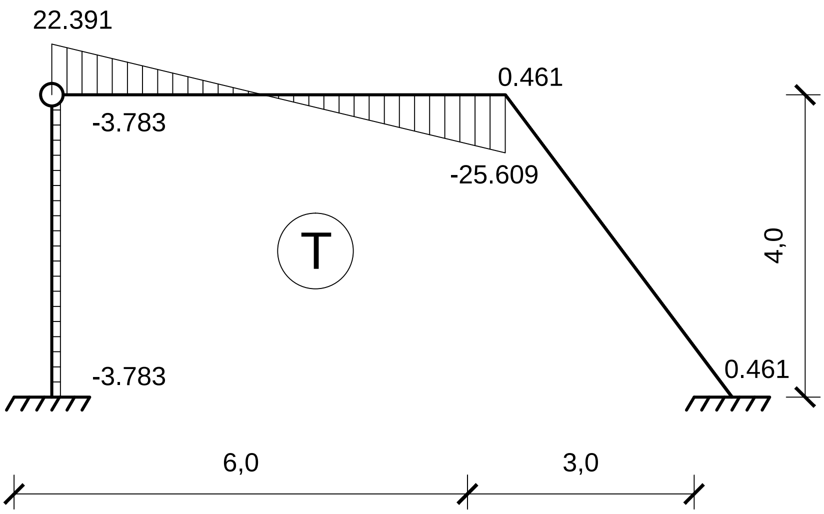
$\tilde{Q}_3 = \tilde{k}_3 \cdot \tilde{q}_3 + \tilde{R}_3$

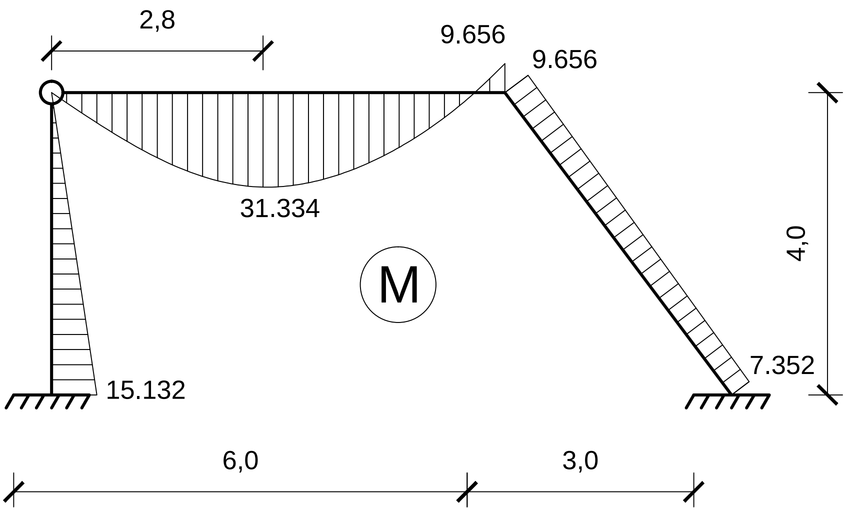
$$\tilde{Q}_3 = \begin{bmatrix} 58220 & 0 & 0 & -58220 & 0 & 0 \\ 0 & 64.5504 & 161.376 & 0 & -64.5504 & 161.376 \\ 0 & 161.376 & 537.92 & 0 & -161.376 & 268.96 \\ -58220 & 0 & 0 & 58220 & 0 & 0 \\ 0 & -64.5504 & -161.376 & 0 & 64.5504 & -161.376 \\ 0 & 161.376 & 268.96 & 0 & -161.376 & 537.92 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0.000555776925 \\ 0.150957813036 \\ -0.063238562733 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\tilde{Q}_3 = \begin{bmatrix} N_{34} \\ T_{34} \\ M_{34} \\ N_{43} \\ T_{43} \\ M_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32.357 \\ -0.461 \\ -9.656 \\ -32.357 \\ 0.461 \\ 7.352 \end{bmatrix} \begin{matrix} kN \\ kN \\ kNm \\ kN \\ kN \\ kNm \end{matrix}$$

9 Wykresy sił wewnętrznych

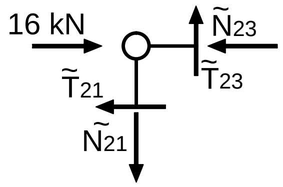






10 Kontrola statyczna

Węzeł 2:



$\tilde{N}_{21} = -22.391[kN]$

$\tilde{T}_{21} = -3.783[kN]$

$\tilde{N}_{23} = 19.783[kN]$

$\tilde{T}_{23} = -22.391[kN]$

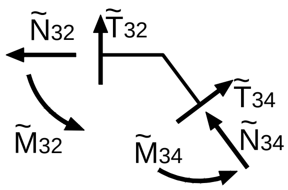
$\sum X = 0$

$16 - \tilde{N}_{23} - \tilde{T}_{21} = 16 - 19.783 + 3.783 = 0$

$\sum Y = 0$

$\tilde{T}_{23} - \tilde{N}_{21} = -22.391 + 22.391 = 0$

Węzeł 3:



$\tilde{N}_{32} = -19.783[kN]$

$\tilde{T}_{32} = -25.609[kN]$

$\tilde{M}_{32} = 9.656[kNm]$

$\tilde{N}_{34} = 32.357[kN]$

$\tilde{T}_{34} = -0.461[kN]$

$\tilde{M}_{34} = -9.656[kNm]$

$\sum X = 0$

$-\tilde{N}_{32} - \cos\alpha \cdot \tilde{N}_{34} + \sin\alpha \cdot \tilde{T}_{34} = 19.783 - 0.6 \cdot 32.357 - 0.8 \cdot 0.461 = 0$

$\sum Y = 0$

$\tilde{T}_{32} + \cos\alpha \cdot \tilde{T}_{34} + \sin\alpha \cdot \tilde{N}_{34} = -25.609 - 0.6 \cdot 0.461 + 0.8 \cdot 32.357 = 0$

$\sum M = 0$

$-\tilde{M}_{32} - \tilde{M}_{34} = -9.656 + 9.656 = 0$