

DYNAMIKA RAM – WERSJA KOMPUTEROWA

Nazwisko i imię studenta _____
 Rok akademicki _____
 Semestr _____
 Grupa _____

Dla układu nr ____ należy: 1) obliczyć częstotliwości drgań własnych;
 2) narysować pierwsze trzy postacie drgań własnych.
 Dla uproszczenia przyjmując, że: 1 pręt = 1 element.

Macierze mas elementów prętowych $\tilde{\mathbf{M}}_{(e)}$

| 1. Pręt obustronnie utwierdzony | 2. Pręt z przegubem na prawym końcu | 3. Pręt z przegubem na lewym końcu |
|--|--|--|
| $\frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$ | $\frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 204 & 36l & 0 & 58,5 & 0 \\ 0 & 36l & 8l^2 & 0 & 16,5l & 0 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 58,5 & 16,5l & 0 & 99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 99 & 0 & 0 & 58,5 & -16,5l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 58,5 & 0 & 0 & 204 & -36l \\ 0 & -16,5l & 0 & 0 & -36l & 8l^2 \end{bmatrix}$ |

gdzie: μ – masa jednostki długości elementu, l – długość elementu

Równanie równowagi dynamicznej elementu: $\tilde{\mathbf{R}}_{(e)[6 \times 1]} = \tilde{\mathbf{K}}_{(e)[6 \times 6]} \tilde{\mathbf{q}}_{(e)[6 \times 1]} + \tilde{\mathbf{M}}_{(e)[6 \times 6]} \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{(e)[6 \times 1]} + \tilde{\mathbf{R}}_{(e)[6 \times 1]}^0$,

gdzie: $\tilde{\mathbf{R}}_{(e)}$ – wektor sił przywęzłowych, $\tilde{\mathbf{K}}_{(e)}$ – macierz sztywności elementu, $\tilde{\mathbf{q}}_{(e)}$ – wektor przemieszczeń węzłowych elementu, $\tilde{\mathbf{M}}_{(e)}$ – macierz masy elementu, $\tilde{\mathbf{R}}_{(e)}^0$ – wektor sił przywęzłowych od obciążenia przęsłowego.

Transformacja do układu globalnego

macierz sztywności: $\mathbf{K}_{(e)} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}}_{(e)} \mathbf{T}$, macierz masy: $\mathbf{M}_{(e)} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{M}}_{(e)} \mathbf{T}$, macierz transformacji: $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$,

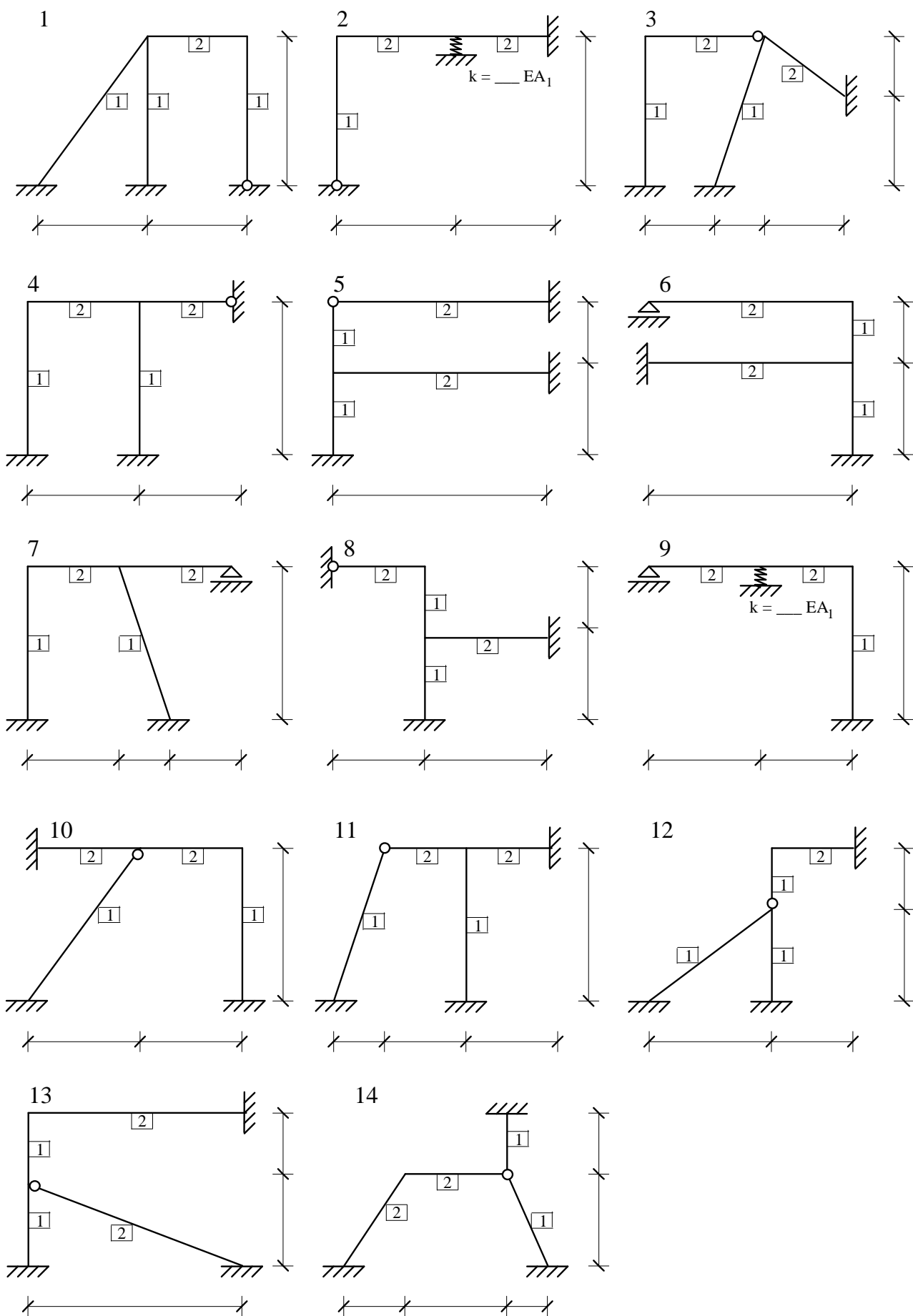
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
, α – kąt pomiędzy osią x układu globalnego, a osią x układu lokalnego.

Równanie równowagi dynamicznej układu (drżania własne): $\mathbf{K}_{[n \times n]} \mathbf{q}_{[n \times 1]} + \mathbf{M}_{[n \times n]} \ddot{\mathbf{q}}_{[n \times 1]} = \mathbf{0}$, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \sin \omega t$
 $(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \mathbf{q}_0 = \mathbf{0}$, $\lambda = \omega^2$

gdzie: \mathbf{K} – macierz sztywności układu, \mathbf{M} – macierz masy układu, \mathbf{q} – wektor przemieszczeń węzłowych układu, \mathbf{q}_0 – wektor amplitud drgań węzłów układu, n – liczba niewiadomych przemieszczeń węzłowych, ω – częstość kołowa drgań własnych.

Funkcje kształtu

| 1. Pręt obustronnie utwierdzony | 2. Pręt z przegubem na prawym końcu. | 3. Pręt z przegubem na lewym końcu |
|---|--|--|
| $N_1(\tilde{x}) = 1 - \frac{\tilde{x}}{l}$ | $N_1(\tilde{x}) = 1 - \frac{\tilde{x}}{l}$ | $N_1(\tilde{x}) = 1 - \frac{\tilde{x}}{l}$ |
| $N_2(\tilde{x}) = 1 - 3\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^3$ | $N_2(\tilde{x}) = 1 - \frac{3}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^3$ | $N_2(\tilde{x}) = 1 - \frac{3}{2}\frac{\tilde{x}}{l} + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^3$ |
| $N_3(\tilde{x}) = \tilde{x} \left[1 - 2\frac{\tilde{x}}{l} + \left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 \right]$ | $N_3(\tilde{x}) = \tilde{x} \left[1 - \frac{3}{2}\frac{\tilde{x}}{l} + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 \right]$ | $N_3(\tilde{x}) = \tilde{x} \left[1 - \frac{3}{2}\frac{\tilde{x}}{l} + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 \right]$ |
| $N_4(\tilde{x}) = \frac{\tilde{x}}{l}$ | $N_4(\tilde{x}) = \frac{\tilde{x}}{l}$ | $N_4(\tilde{x}) = \frac{\tilde{x}}{l}$ |
| $N_5(\tilde{x}) = 3\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^3$ | $N_5(\tilde{x}) = \frac{3}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^3$ | $N_5(\tilde{x}) = \frac{3}{2}\frac{\tilde{x}}{l} - \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^3$ |
| $N_6(\tilde{x}) = \tilde{x} \left[-\frac{\tilde{x}}{l} + \left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 \right]$ | $N_6(\tilde{x}) = \tilde{x} \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 \right]$ | $N_6(\tilde{x}) = \tilde{x} \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{l}\right)^2 \right]$ |



Przekroje prętów:

1 - _____

2 - _____