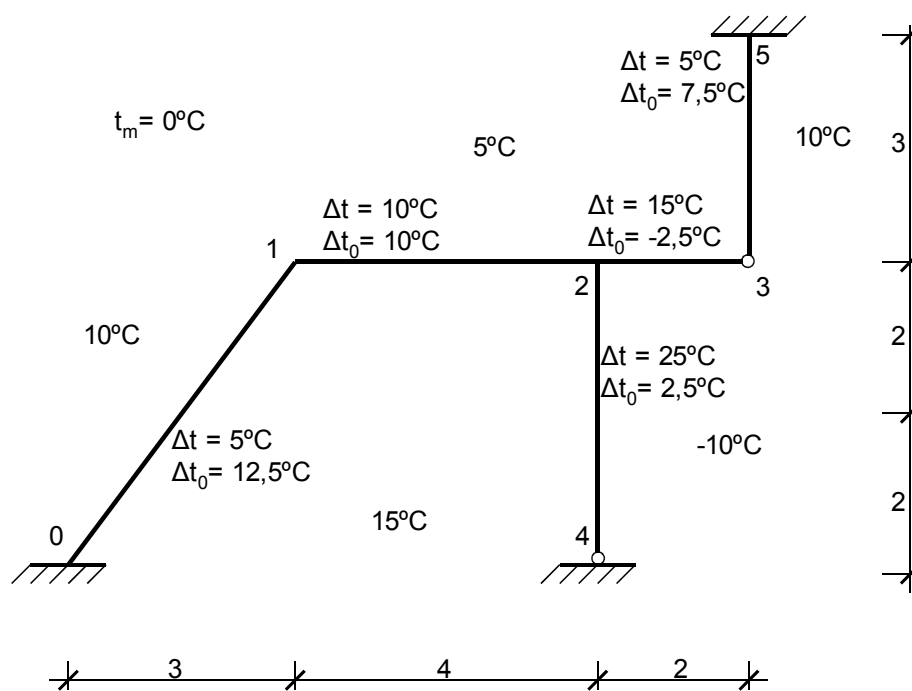


1.

1. METODA PRZEMIESZCZEŃ

1.2. Obliczanie sił wewnętrznych wywołanych zmianami temperatury



Rys. 1.31. Schemat konstrukcji

Układ podstawowy przyjęto identycznie jak w poprzedniej części zadania.

Do obliczeń przyjęto przekrój I 160

$$h = 16 \text{ [cm]}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ [1/}^\circ\text{C]}$$

$$I = 935 \text{ [cm}^4\text{]}$$

$$W = 117 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$E = 200 \text{ [GPa]}$$

$$EI = 1870 \text{ [kNm}^2\text{]}$$

(1.39)

- Nierównomierne ogrzanie (stan Δt)

Wartości momentów przywęzłowych obliczam ze wzorów:

- dla pręta obustronnie utwierdzonego:

$$M_{ik} = \pm \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{h} EI \quad (1.40)$$

- dla pręta z jednej strony utwierdzonego i z drugiej połączonego przegubowo

$$M_{ik} = \pm \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{h} EI \quad (1.41)$$

Podstawiając odpowiednie wartości otrzymano:

$$\begin{aligned} M_{01}^{\Delta t} &= -0,000375 EI = -0,70125 \\ M_{10}^{\Delta t} &= 0,000375 EI = 0,70125 \\ M_{12}^{\Delta t} &= -0,000750 EI = -1,40250 \\ M_{21}^{\Delta t} &= 0,000750 EI = 1,40250 \quad [kNm] \\ M_{23}^{\Delta t} &= 0,001687 EI = 3,15560 \\ M_{24}^{\Delta t} &= -0,002812 EI = -5,25940 \\ M_{53}^{\Delta t} &= 0,000562 EI = 1,05190 \end{aligned} \quad (1.42)$$

- Równomierne ogrzanie (stan Δt_0)

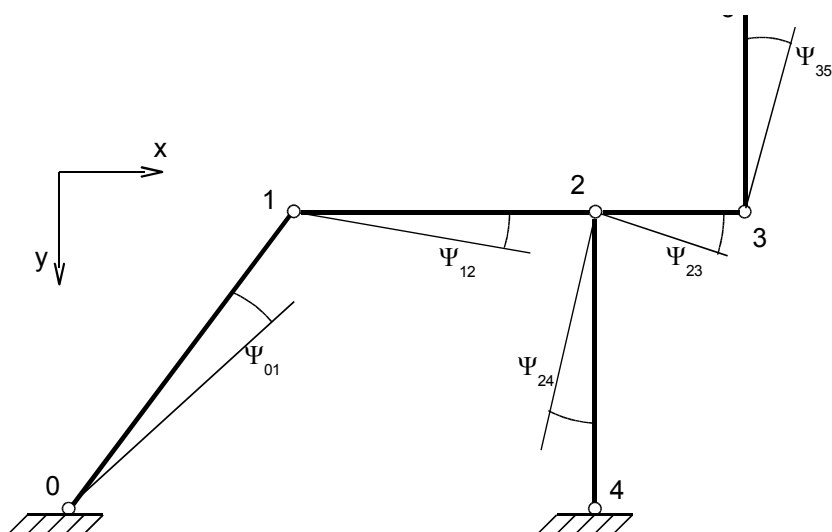
Do wyznaczenia momentów przywęzłowych powstałych od równomiernego ogrzania konstrukcji należy obliczyć długości wszystkich prętów po ogrzaniu (ochłodzeniu) i następnie policzyć kąty obrotu cięciw tych prętów. Znając kąty obrotu, momenty można obliczyć korzystając ze wzorów redukcyjnych.

Długości prętów po ogrzaniu (ochłodzeniu) obliczono ze wzoru:

$$\Delta l_{ik} = \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot l_{ik} \quad (1.43)$$

Otrzymano następujące wartości:

$$\begin{aligned} \Delta l_{01}^x &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 12,5 \cdot 3 = 45 \cdot 10^{-5} \\ \Delta l_{01}^y &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 12,5 \cdot 4 = 60 \cdot 10^{-5} \\ \Delta l_{12} &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 4 = 48 \cdot 10^{-5} \\ \Delta l_{23} &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot (-2,5) \cdot 2 = -6 \cdot 10^{-5} \\ \Delta l_{24} &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 2,5 \cdot 4 = 12 \cdot 10^{-5} \\ \Delta l_{35} &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 7,5 \cdot 3 = 27 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (1.44)$$



Rys. 1.32. Łańcuch kinematyczny

Łańcuch 4-2-3-5:

$$\begin{aligned} \sum X: 4\Psi_{21} - 6 \cdot 10^{-5} + 0 = 0 &\rightarrow \Psi_{24} = 1,5 \cdot 10^{-5} \\ \sum Y: -12 \cdot 10^{-5} + 2\Psi_{23} - 27 \cdot 10^{-5} = 0 &\rightarrow \Psi_{23} = 19,5 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (1.45)$$

Łańcuch 0-1-2-4:

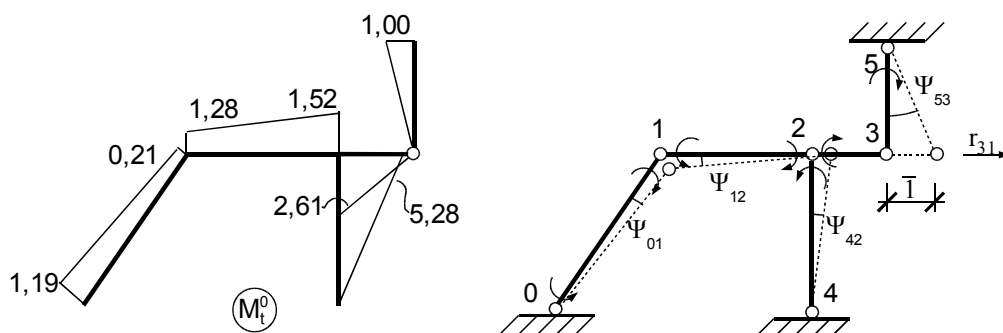
$$\begin{aligned} \sum X: 4\Psi_{01} + 4,5 \cdot 10^{-5} + 0 + 48 \cdot 10^{-5} - 4\Psi_{24} = 0 &\rightarrow \Psi_{01} = 21,75 \cdot 10^{-5} \\ \sum Y: 3\Psi_{01} - 60 \cdot 10^{-5} + 4\Psi_{12} + 0 + 12 \cdot 10^{-5} = 0 &\rightarrow \Psi_{12} = -4,31 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (1.46)$$

Korzystając ze wzorów redukcyjnych obliczono:

$$\begin{aligned} M_{01} = M_{10} &= -26,1 \cdot 10^{-5} EI = -0,488 \\ M_{12} = M_{21} &= 6,47 \cdot 10^{-5} EI = 0,121 \\ M_{23} &= -29,25 \cdot 10^{-5} EI = -0,547 \\ M_{24} &= -1,12 \cdot 10^{-5} EI = -0,021 \\ M_{53} &= 0 \end{aligned} \quad [kNm] \quad (1.47)$$

Dodając stan Δt i Δt_0 otrzymano:

$$\begin{aligned} M_{01} &= -1,189 \\ M_{10} &= 0,213 \\ M_{12} &= -1,281 \\ M_{21} &= 1,523 \\ M_{23} &= 2,609 \\ M_{24} &= -5,280 \\ M_{53} &= 0,996 \end{aligned} \quad [kNm] \quad (1.48)$$



Rys. 1.33. Momenty zginające [kNm] na układzie podstawowym oraz wirtualne przemieszczenie więzu nr 3

Na podstawie warunków równowagi węzłów wyznaczam wartości $r_{1\Delta}$ i $r_{2\Delta}$

$$\begin{aligned} r_{1t} &= -5,17 \cdot 10^{-4} EI = -1,068 \\ r_{2t} &= -6,14 \cdot 10^{-4} EI = -1,148 \end{aligned} \quad [kNm] \quad (1.49)$$

Zgodnie z zasadą pracy wirtualnej przy wirtualnym stanie przemieszczenia można zapisać:

$$\begin{aligned} r_{3t} \cdot \bar{1} + 21,75 \cdot 10^{-5} (0,21 - 1,19) - 4,3125 \cdot 10^{-5} (1,52 - 1,28) \\ + 1,5 \cdot 10^{-5} (-5,28) + 19,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2,61 = 0 \end{aligned} \quad (1.50)$$

$$r_{3t} = 2,067 \cdot 10^{-4} EI = 0,387 \quad [kNm]$$

Znając wartości współczynników r_{it} można obliczyć wartości niewiadomych przemieszczeń (macierz sztywności pozostaje taka sama jak w poprzedniej części zadania):

$$\begin{bmatrix} 1,8 EI & 0,5 EI & -0,01875 EI \\ 0,5 EI & 3,2525 EI & 0,09375 EI \\ -0,01875 EI & 0,09375 EI & 0,41345 EI \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -5,71 \cdot 10^{-4} EI \\ -6,14 \cdot 10^{-4} EI \\ 2,07 \cdot 10^{-4} EI \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.51)$$

Po rozwiązaniu układu otrzymano:

$$\begin{aligned} z_1 = \varphi_1 &= 2,67 \cdot 10^{-4} [rad] \\ z_2 = \varphi_2 &= 1,63 \cdot 10^{-4} [rad] \\ z_3 = u_3 &= -5,25 \cdot 10^{-4} [m] \end{aligned} \quad (1.52)$$

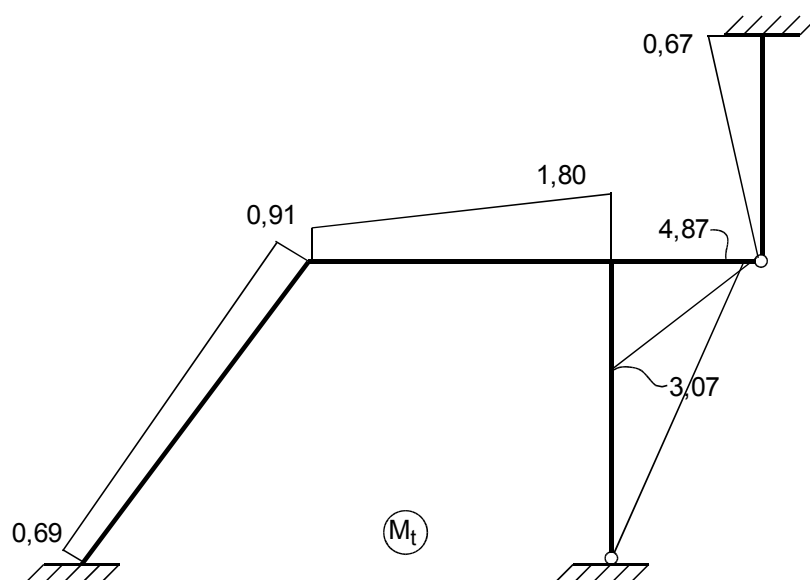
Znając wartości przemieszczeń można obliczyć wartości momentów przywęzłowych korzystając z zależności:

$$M_{ik} = M_{ik}^{0t} + M_{ik}^{(1)} \varphi_1 + M_{ik}^{(2)} \varphi_2 + M_{ik}^{(3)} u_3 \quad (1.53)$$

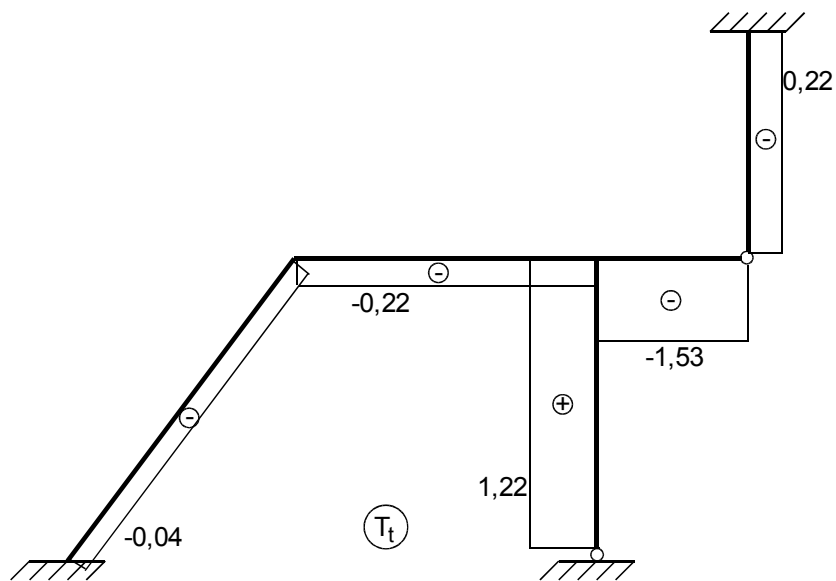
Podstawiając odpowiednie wartości otrzymano:

$$\begin{aligned} M_{01} &= -0,695 \\ M_{10} &= 0,907 \\ M_{12} &= -0,907 \\ M_{21} &= 1,801 \quad [kNm] \\ M_{23} &= 3,066 \\ M_{24} &= -4,868 \\ M_{53} &= 0,669 \end{aligned} \quad (1.54)$$

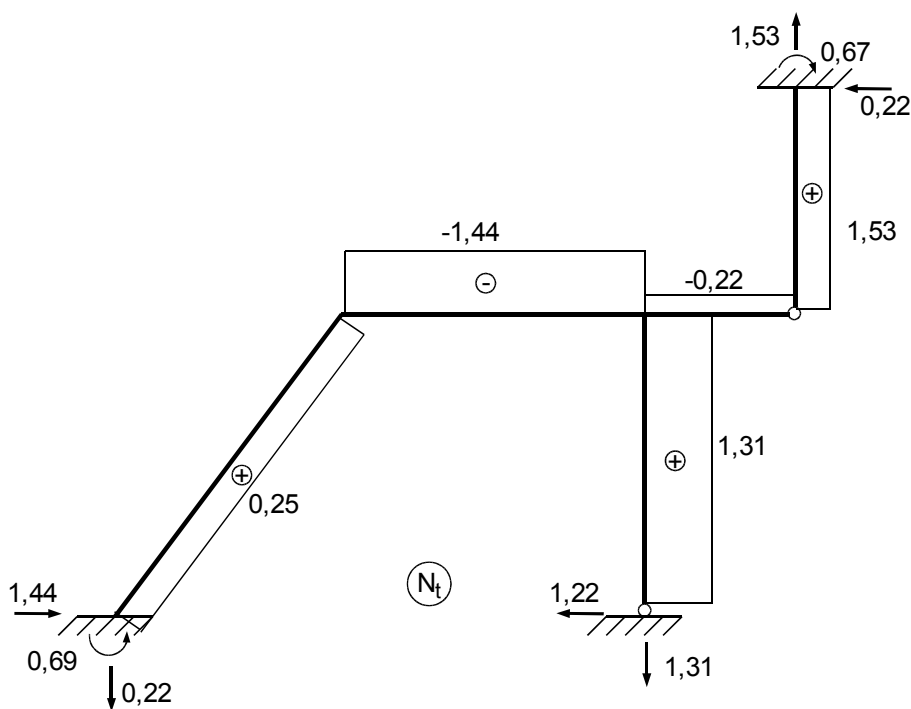
Postępując podobnie jak w pierwszej części projektu wyznaczono wartości sił tnących (równowaga prętów) i sił normalnych (równowaga węzłów). Otrzymano następujące wyniki:



Rys. 1.34. Wykres rzeczywistych momentów zginających [kNm]



Rys. 1.35. Wykres rzeczywistych sił tnących [kN]



Rys. 1.36. Wykres rzeczywistych sił normalnych i reakcji [kN, kNm]

Kontrola statyczna:

$$\begin{aligned} \sum X &= 1,44 - 1,22 - 0,22 = 0 \\ \sum Y &= -0,22 - 1,31 + 1,53 = 0 \\ \sum M^0 &= -0,69 + 1,31 \cdot 7 - 0,22 \cdot 7 - 1,53 \cdot 9 + 0,67 = -0,62 \approx 0 \end{aligned} \quad (1.55)$$