

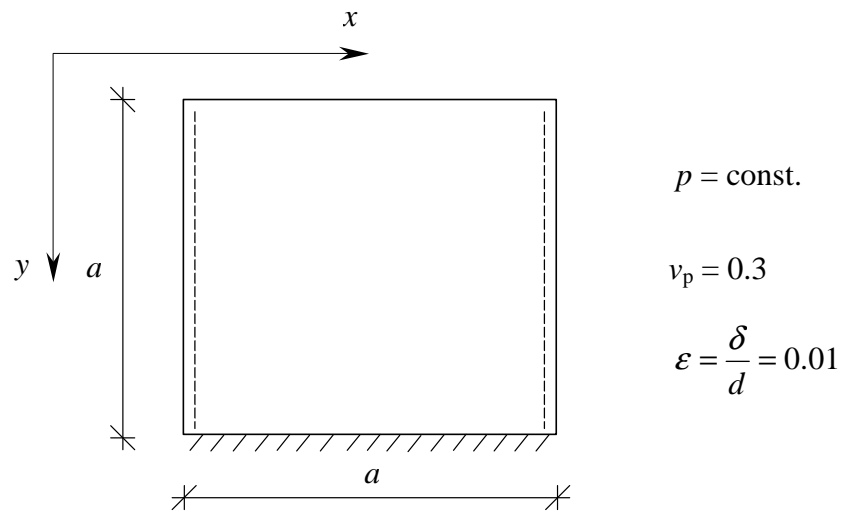
Rys. 19c i 19d. Płyta kwadratowa swobodnie podparta na dwóch przeciwnych krawędziach z dwoma pozostałymi krawędziami utwierdzonymi. Analiza wpływu parametru $\varepsilon = \delta/d$ na rozwiązanie. 120 elementów brzegowych

Tabela 2.8. Płyta kwadratowa, podparta swobodnie na dwóch przeciwnych krawędziach z dwoma przeciwnymi krawędziami utwierdzonymi.

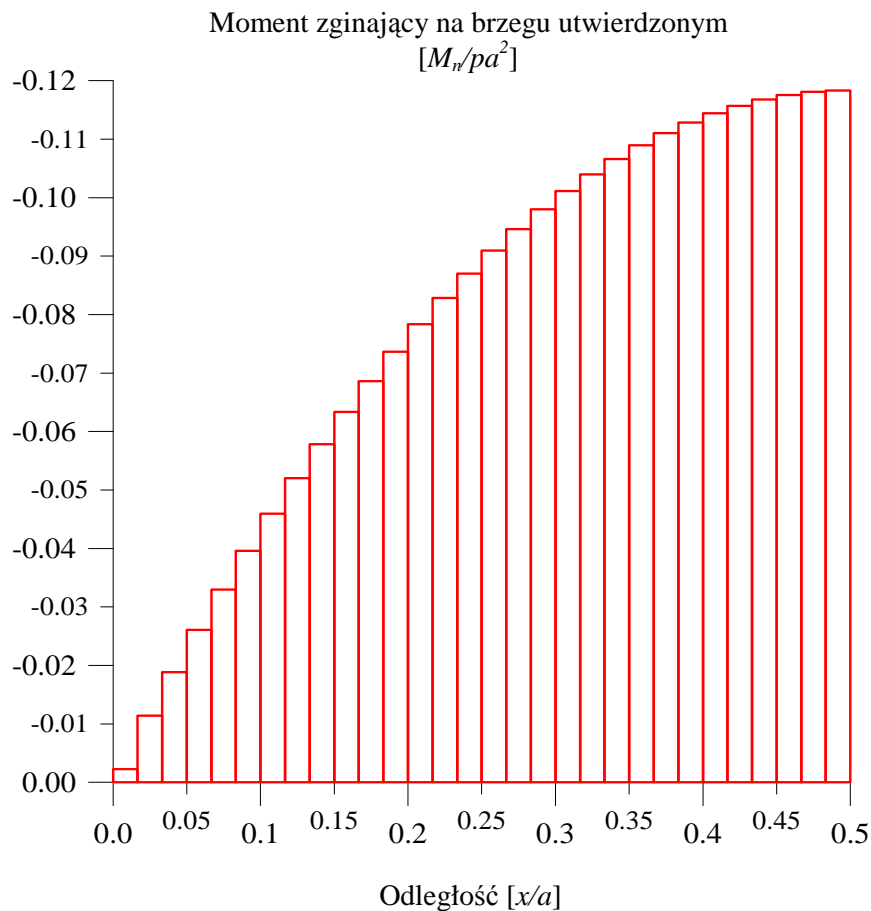
Analiza wpływu parametru $\varepsilon = \delta/d$ na rozwiązanie

$\varepsilon = \delta/d$	0.001	0.01	0.05	0.1	0.5	1.0
$M_{yb}/pa^2 \cdot 10^{-4}$	-697.83981	-697.84001	-697.84418	-697.85486	-697.94130	-697.95366
$M_x/pa^2 \cdot 10^{-4}$	243.86646	243.86641	243.86643	243.86694	243.87324	243.87425
$M_y/pa^2 \cdot 10^{-4}$	332.40246	332.40235	332.40351	332.40774	332.44540	332.44954
$wD/pa^4 \cdot 10^{-5}$	191.68468	191.68459	191.68520	191.68775	191.71139	191.71418
$\varepsilon = \delta/d$	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0
$M_{yb}/pa^2 \cdot 10^{-4}$	-698.16837	-699.73654	-702.07935	-949.56062	-	-
$M_x/pa^2 \cdot 10^{-4}$	243.87418	243.87398	243.87412	243.87413	240.86160	243.86383
$M_y/pa^2 \cdot 10^{-4}$	332.44879	332.44974	332.44896	332.44888	329.27601	332.43806
$wD/pa^4 \cdot 10^{-5}$	191.71362	191.71478	191.71390	191.71382	194.75370	191.73108
$\varepsilon = \delta/d$	12.5	15.0	17.5	20.0		
$M_x/pa^2 \cdot 10^{-4}$	243.69372	258.17437	237.49167	580.92734		
$M_y/pa^2 \cdot 10^{-4}$	332.26084	347.56272	326.98582	677.11409		
$wD/pa^4 \cdot 10^{-5}$	191.87402	141.90940	192.86769	-46.28261		

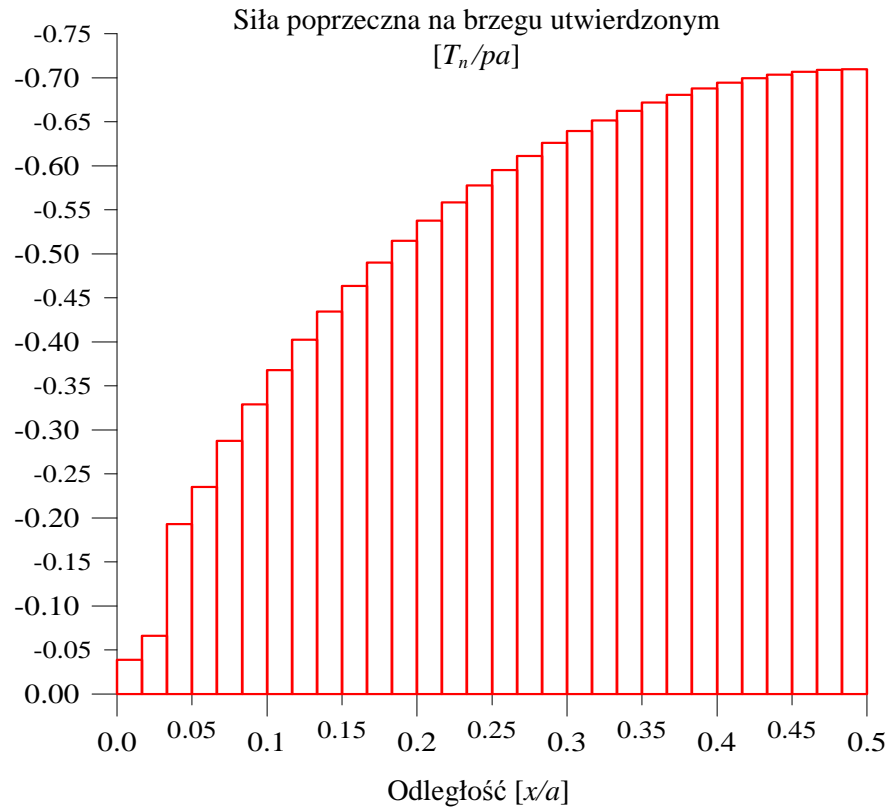
2.7.5. Płyta kwadratowa, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną, obciążona równomiernie na całej powierzchni



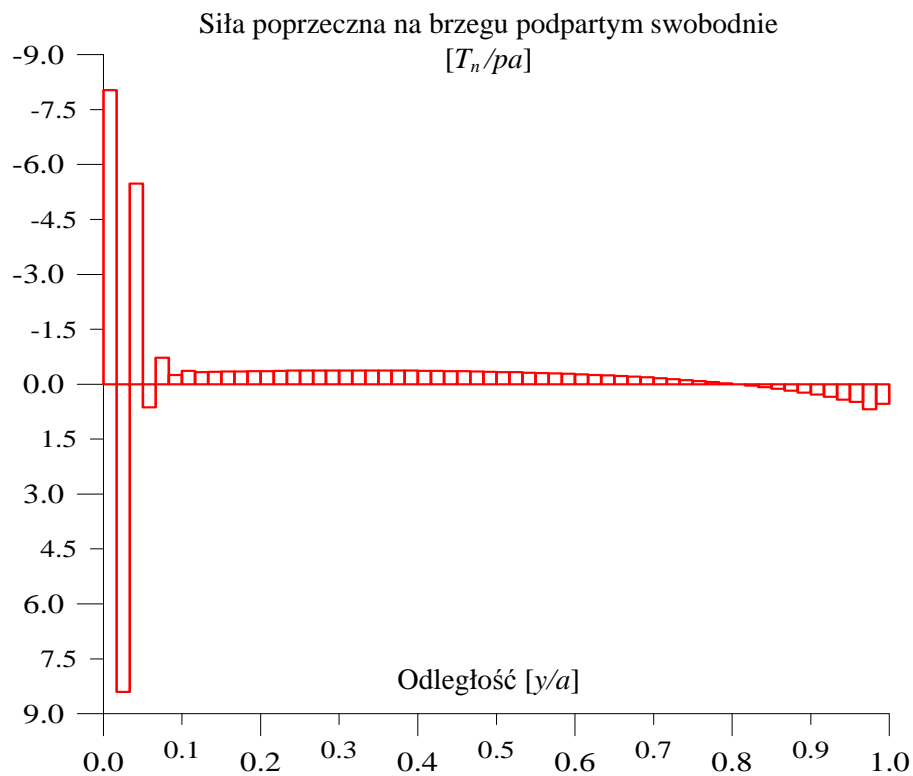
Rys. 20. Płyta kwadratowa, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną



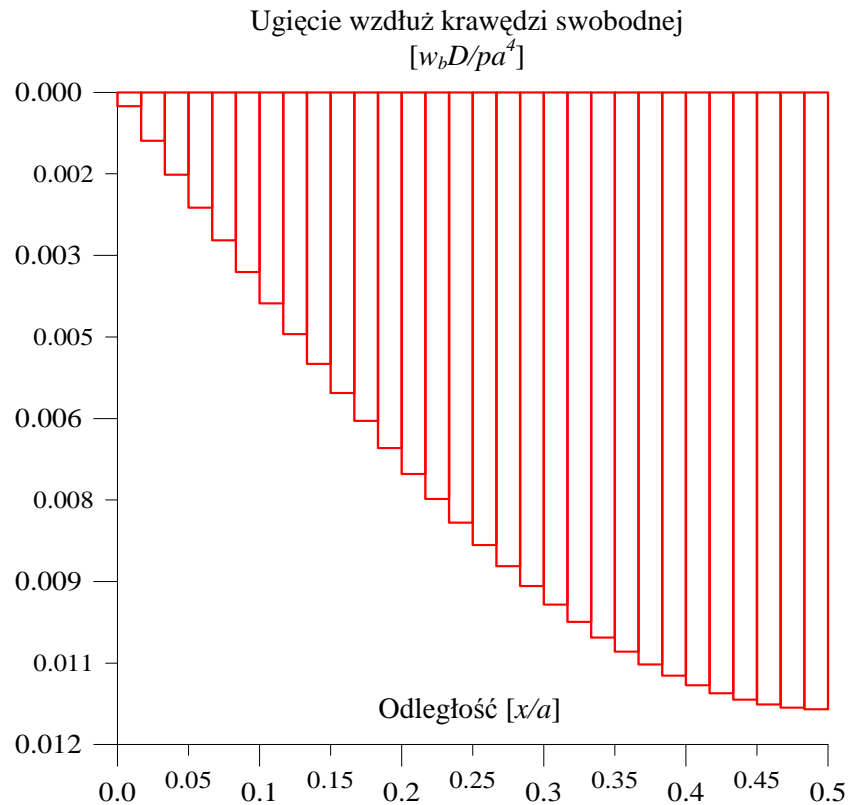
Rys. 21a. Płyta kwadratowa podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Moment zginający na brzegu utwierdzonym. 240 elementów brzegowych



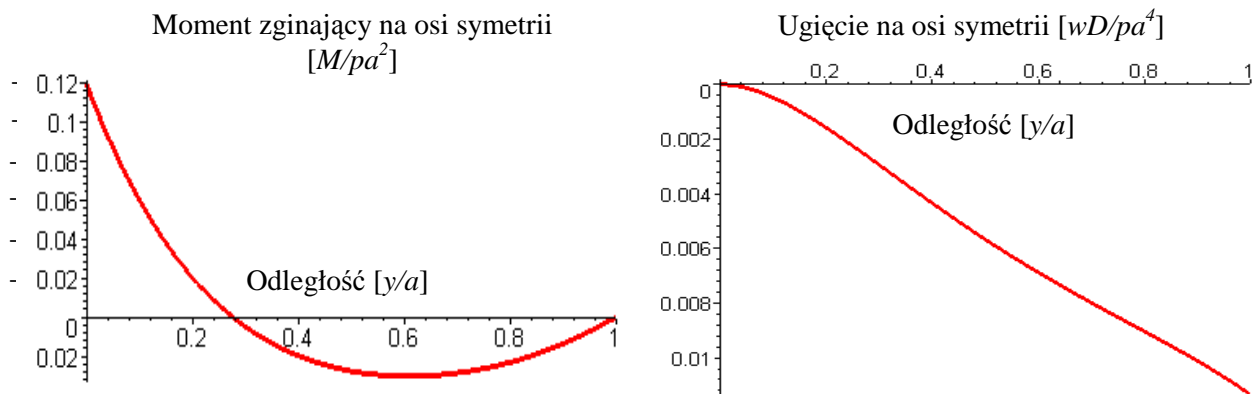
Rys. 21b. Płyta kwadratowa podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Siła poprzeczna na brzegu utwierdzonym. 240 elementów brzegowych



Rys. 21c. Płyta kwadratowa podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Siła poprzeczna na brzegu podpartym swobodnie. 240 elementów brzegowych



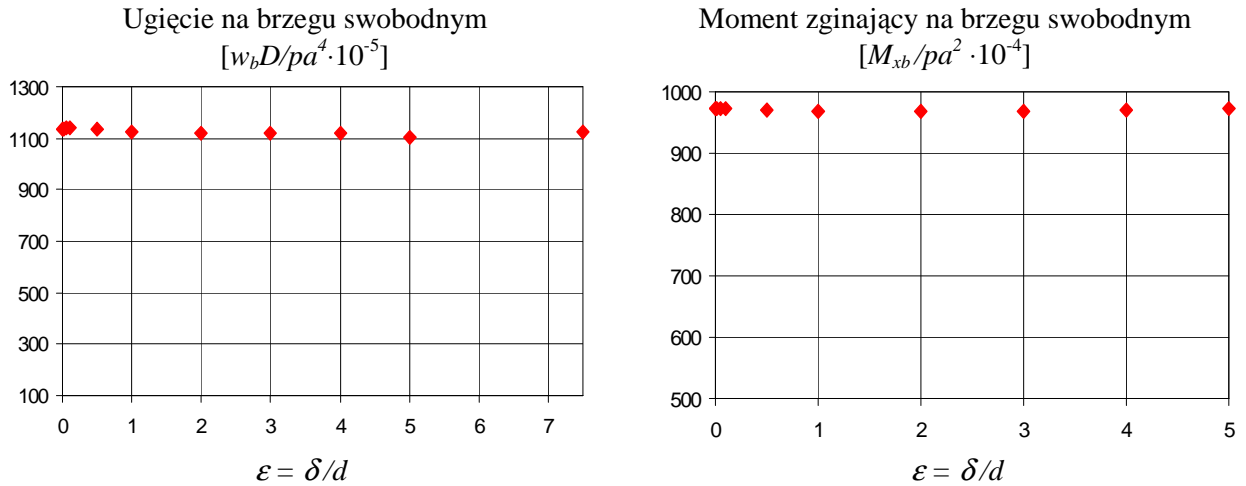
Rys. 21d. Płyta kwadratowa podparta swobodnie na dwóch przeciwnych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Ugięcie na brzegu swobodnym. 240 elementów brzegowych



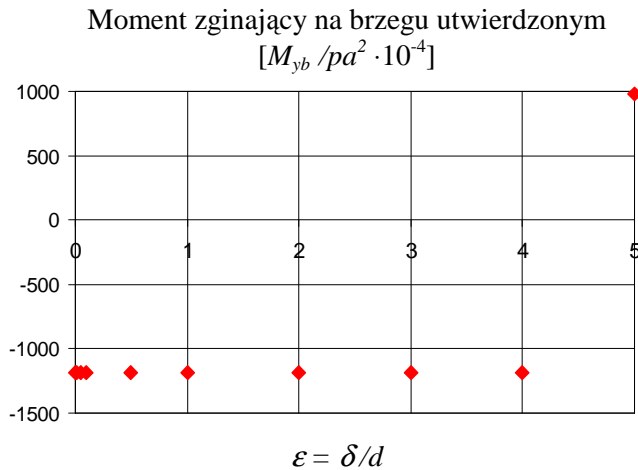
Rys. 21e i 21f. Płyta kwadratowa podparta swobodnie na dwóch przeciwnych z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Moment zginający i ugięcie na osi symetrii prostopadłej do krawędzi swobodnej. 240 elementów brzegowych

Tabela 2.9. Płyta kwadratowa podparta swobodnie na dwóch przeciwnych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Wyniki obliczeń

Liczba elementów	Na brzegu utwierdzonym [M_y/pa^2]	Na brzegu swobodnym [M_x/pa^2]	Na brzegu swobodnym [$w_b D/pa^4$]
MEB -praca 120 el.	-0.118241	0.098449	0.011389
MEB -praca 240 el.	-0.118340	0.097223	0.011354
Rozw.analityczne	-0.119000	0.097200	0.011300



Rys. 22a i 22b. Płyta kwadratowa swobodnie podparta na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Analiza wpływu parametru $\varepsilon = \delta/d$ na rozwiązanie. 240 elementów brzegowych

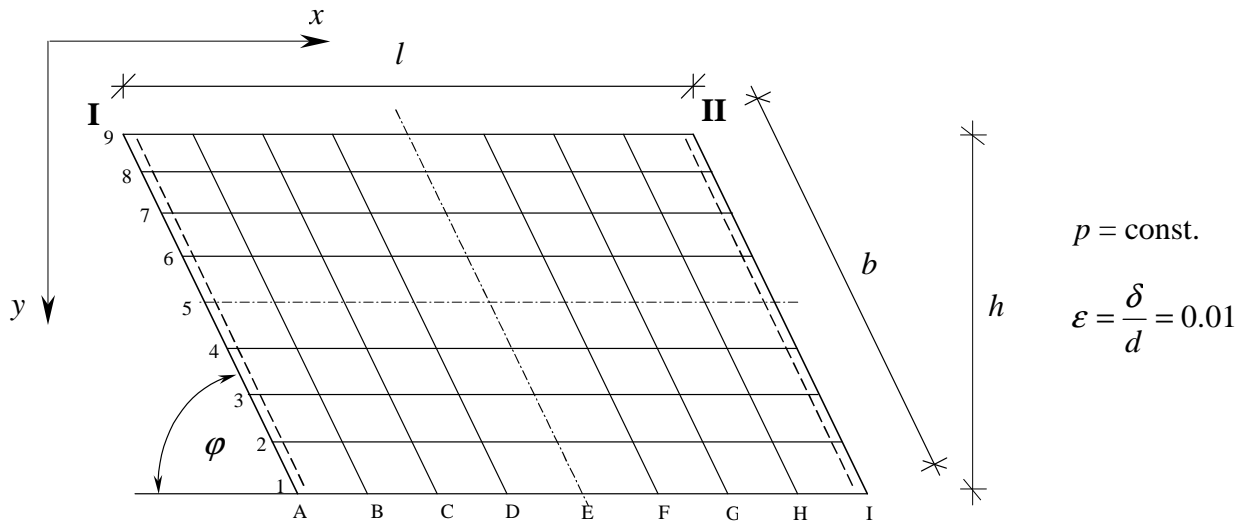


Rys. 22c. Płyta kwadratowa swobodnie podparta na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Analiza wpływu parametru $\varepsilon = \delta/d$ na rozwiązanie. 240 elementów brzegowych

Tabela 2.10. Płyta kwadratowa, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z jedną krawędzią utwierdzoną i jedną swobodną. Analiza wpływu parametru $\varepsilon = \delta/d$ na rozwiązanie

$\varepsilon = \delta/d$	0.001	0.01	0.05	0.1	0.5	1.0
$M_{yb} / pa^2 \cdot 10^{-4}$	-1183.4233	-1183.4176	-1183.3881	-1183.3486	-1183.4138	-1183.7475
$M_{xb} / pa^2 \cdot 10^{-4}$	972.11121	972.22980	972.64008	972.89530	970.57888	969.25080
$w_b D / pa^4 \cdot 10^{-5}$	1134.56023	1135.37928	1138.53027	1141.26548	1133.8003	1123.85884
$\varepsilon = \delta/d$	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0
$M_{yb} / pa^2 \cdot 10^{-4}$	-1183.9952	-1183.3000	-1187.7634	978.1660	-38361.8	-
$M_{xb} / pa^2 \cdot 10^{-4}$	968.99190	969.29930	970.14592	972.33450	7756.5	-
$w_b D / pa^4 \cdot 10^{-5}$	1118.27086	1121.69115	1118.02100	1106.11466	1125.13783	-

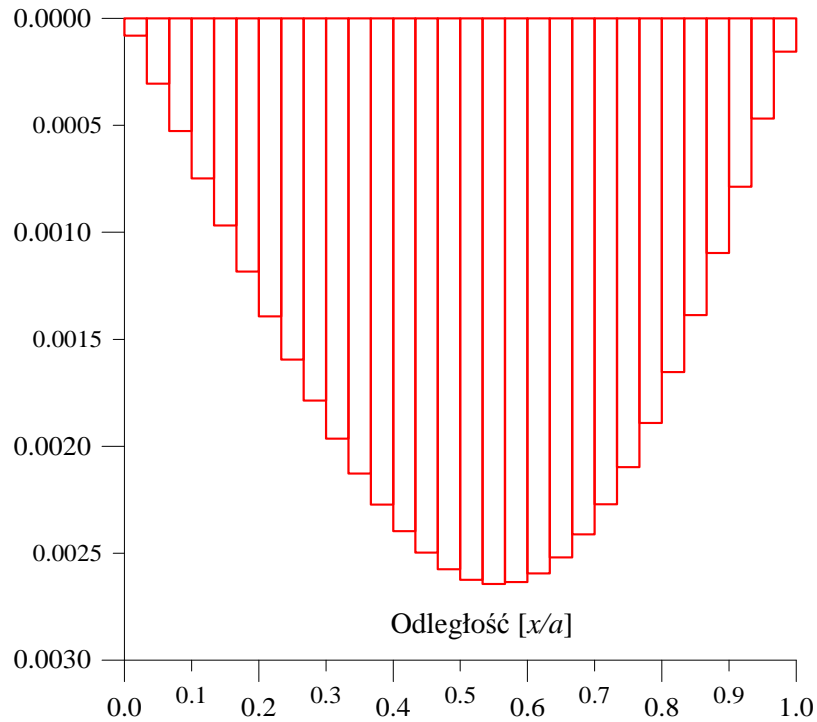
2.7.6. Płyta mostowa ukośna, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z dwoma pozostałymi krawędziami swobodnymi, obciążona równomiernie na całej powierzchni



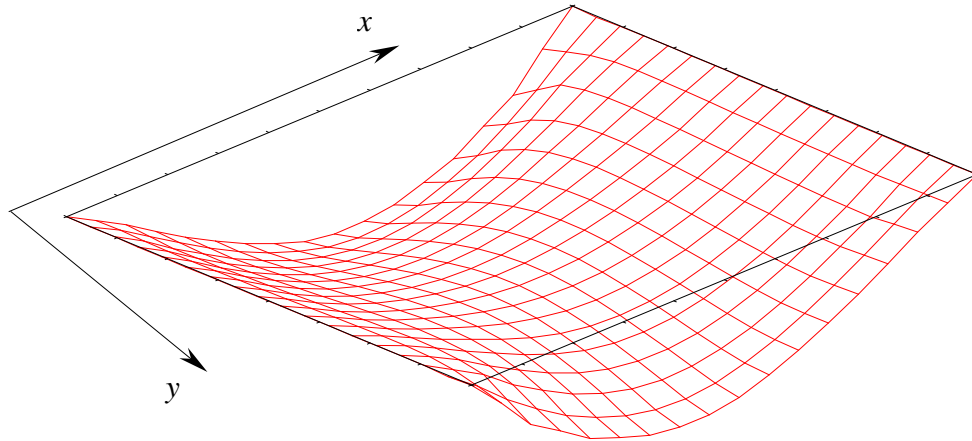
Rys. 23. Płyta mostowa ukośna, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z dwoma pozostałymi krawędziami swobodnymi

Przykład 1. $\nu_p = 0.22$, $\varphi = 30^\circ$, $b/l = 0.8$, 120 elementów brzegowych

Ugięcie wzdłuż krawędzi swobodnej: I-II
 $[w_b D / p a^4]$



Rys. 24a. Płyta mostowa ukośna, $\varphi = 30^\circ$. Ugięcie wzdłuż krawędzi swobodnej. 120 elementów brzegowych



Rys. 24b. Postać ugięcia płyty mostowej ukośnej, $\varphi = 30^\circ$.
120 elementów brzegowych

Wartości momentów głównych M_I i M_{II} można przedstawić w postaci:

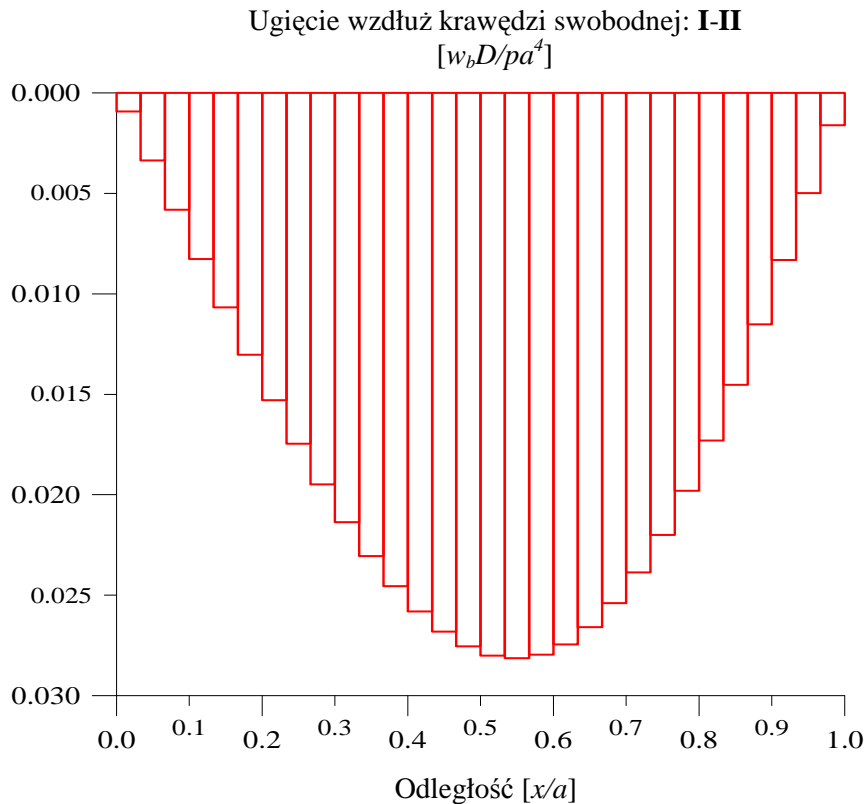
$$M_i = k_i \cdot p \cdot l \cdot b \cdot \sin \varphi, \quad i = I, II,$$

gdzie współczynniki k_i otrzymano na drodze empirycznej [49]. Współczynniki te można obliczyć numerycznie metodą elementów brzegowych. Porównanie wyników znajduje się w tabeli 2.11.

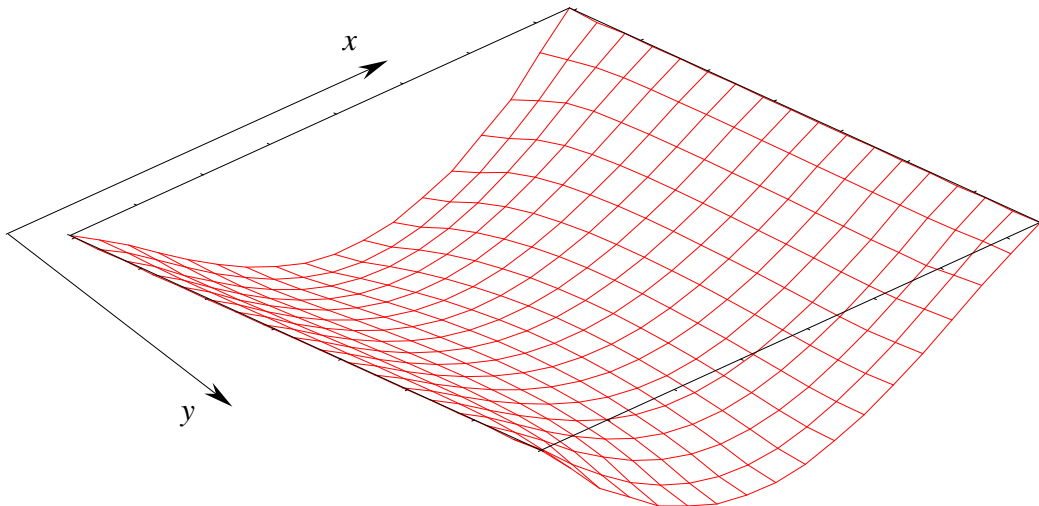
Tabela 2.11. Płyta mostowa ukośna, $\varphi = 30^\circ$. Porównanie współczynników k_i .
120 elementów brzegowych

Punkt	2B	3B	4B	5B	6B	7B	8B
k_I MEB - praca	0.0907	0.0422	0.0395	0.0391	0.0338	0.0248	0.0138
k_I emp. [49]	0.0840	0.0510	0.0420	0.0380	0.0300	0.0190	0.0190
k_{II} MEB - praca	-0.0854	-0.0173	-0.0006	-0.0064	-0.0050	-0.0012	0.0018
k_{II} emp.	-0.0820	-0.0150	0.0010	0.0000	-0.0070	-0.0010	0.0010
Punkt	2C	3C	4C	5C	6C	7C	8C
k_I MEB - praca	0.1157	0.1040	0.0772	0.0649	0.0584	0.0493	0.0371
k_I emp. [49]	0.1190	0.1040	0.0820	0.0690	0.0580	0.0470	0.0360
k_{II} MEB - praca	-0.0535	-0.0536	-0.0239	-0.0074	-0.0029	-0.0009	0.0014
k_{II} emp. [49]	-0.0490	-0.0500	-0.0220	-0.0070	0.0000	-0.0010	0.0020
Punkt	2D	3D	4D	5D	6D	7D	8D
k_I MEB - praca	0.1067	0.1146	0.1134	0.0987	0.0848	0.0739	0.0617
k_I emp. [49]	0.1080	0.1170	0.1130	0.1000	0.0880	0.0760	0.0590
k_{II} MEB - praca	-0.0292	-0.3854	-0.0409	-0.0261	-0.1147	-0.0052	-0.0030
k_{II} emp. [49]	-0.0280	-0.0360	-0.0380	-0.0250	-0.0100	-0.0040	-0.0020
Punkt	2E	3E	4E	5E	6E	7E	8E
k_I MEB - praca	0.0858	0.9836	0.1104	0.1166	0.1104	0.9836	0.0858
k_I emp. [49]	0.0860	0.1000	0.1110	0.1200	0.1110	0.1000	0.0860
k_{II} MEB - praca	-0.0128	-0.0184	-0.0298	-0.0372	-0.0298	-0.0184	-0.0128
k_{II} emp. [49]	-0.0160	-0.0150	-0.0260	-0.0360	-0.0260	-0.0150	-0.0160

Przykład 2. $\nu_p = 0.167$, $\varphi = 45^\circ$, $l/h = 1.5$, 120 elementów brzegowych

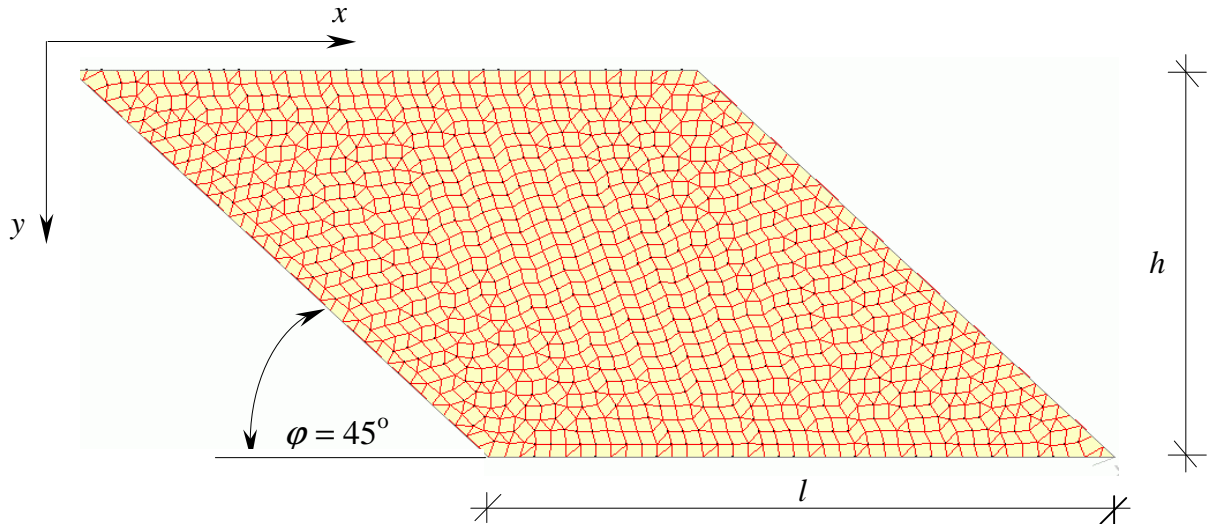


Rys. 25a. Płyta mostowa ukośna, $\varphi = 45^\circ$. Ugięcie wzdłuż krawędzi swobodnej.
120 elementów brzegowych



Rys. 25b. Postać ugięcia płyty mostowej ukośnej, $\varphi = 45^\circ$.
120 elementów brzegowych

W celu weryfikacji wyników przeprowadzono dodatkowe obliczenia przy zastosowaniu metody elementów skończonych. Obliczenia wykonano przy użyciu programu PL-WIN. Zastosowano trójkątne elementy płytowe trójwęzłowe o trzech stopniach swobody w węzle.



Rys. 26. Siatka elementów skończonych

Tabela 2.12. Płyta mostowa ukośna, $\varphi = 45^\circ$, 120 elementów brzegowych

Punkt		2B	3B	4B	5B	6B	7B	8B
wD/pl^4	praca	0.001706	0.001519	0.001498	0.001539	0.001604	0.001670	0.001715
	MES	0.001626	0.001473	0.001473	0.001524	0.001575	0.001626	0.001727
M_x/pl^2	praca	0.002597	0.009457	0.016279	0.019131	0.019265	0.016972	0.012304
	MES	0.001800	0.010276	0.016516	0.019431	0.019244	0.017498	0.013769
M_y/pl^2	praca	0.020041	0.017568	0.012076	0.008728	0.006691	0.005399	0.004105
	MES	0.020835	0.017000	0.012076	0.008991	0.006676	0.005133	0.003191
M_{xy}/pl^2	praca	-0.037927	-0.018315	-0.013603	-0.011353	-0.009259	-0.006786	-0.003324
	MES	-0.033347	-0.017560	-0.013640	-0.011293	-0.009431	-0.007067	-0.004671
Punkt		2C	3C	4C	5C	6C	7C	8C
wD/pl^4	praca	0.003384	0.002918	0.002769	0.002798	0.002919	0.003081	0.003244
	MES	0.003251	0.002845	0.002692	0.002743	0.002845	0.003048	0.003200
M_x/pl^2	praca	0.039548	0.026913	0.026938	0.030141	0.031909	0.031210	0.027805
	MES	0.036542	0.025100	0.026707	0.030196	0.031613	0.031022	0.028329
M_y/pl^2	praca	0.010254	0.021251	0.022048	0.018702	0.014911	0.011038	0.006374
	MES	0.011667	0.021942	0.022360	0.019231	0.015316	0.011147	0.006502
M_{xy}/pl^2	praca	-0.042887	-0.036443	-0.027734	-0.022862	-0.019097	-0.015047	-0.010268
	MES	-0.042000	-0.034644	-0.026867	-0.022547	-0.019360	-0.015587	-0.011151
Punkt		2D	3D	4D	5D	6D	7D	8d
wD/pl^4	praca	0.004491	0.003942	0.003663	0.003626	0.003766	0.004025	0.004345
	MES	0.004369	0.003810	0.003607	0.003556	0.003708	0.003912	0.004267
M_x/pl^2	praca	0.051859	0.043400	0.037668	0.037796	0.040480	0.042284	0.041489
	MES	0.050173	0.042000	0.036613	0.036973	0.039978	0.042200	0.041307
M_y/pl^2	praca	0.010000	0.018624	0.024319	0.024148	0.020304	0.014940	0.008293
	MES	0.010684	0.019800	0.025356	0.024822	0.020960	0.015538	0.009000
M_{xy}/pl^2	praca	-0.035902	-0.038791	-0.036692	-0.032773	-0.028759	-0.024057	-0.018462
	MES	-0.035995	-0.038093	-0.035600	-0.032022	-0.028542	-0.024271	-0.019133

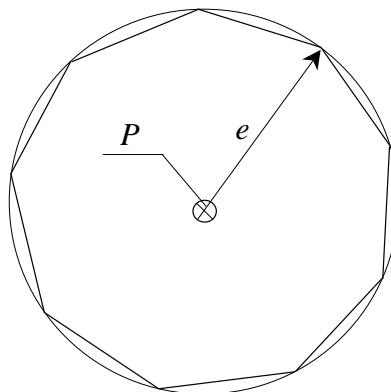
Tabela 2.12. c.d. Płyta mostowa ukośna, $\varphi = 45^\circ$, 120 elementów brzegowych

Punkt		2E	3E	4E	5E	6E	7E	8E
wD/pl^4	praca	0.004807	0.004336	0.004024	0.003916	0.004024	0.004336	0.004807
	MES	0.004674	0.004216	0.003912	0.003810	0.003912	0.004216	0.004674
M_x/pl^2	praca	0.050623	0.047508	0.043034	0.040871	0.043034	0.047508	0.050623
	MES	0.049560	0.046604	0.042000	0.039804	0.041773	0.046591	0.049573
M_y/pl^2	praca	0.009332	0.017154	0.023136	0.025583	0.023136	0.017154	0.009332
	MES	0.010204	0.018128	0.024027	0.026564	0.024031	0.018129	0.010200
M_{xy}/pl^2	praca	-0.027297	-0.032715	-0.035962	-0.036868	-0.035962	-0.032715	-0.027297
	MES	-0.027618	-0.032609	-0.035289	-0.035978	-0.035293	-0.032609	-0.027604

2.8.7. Płyta kołowa, utwierdzona na obwodzie, obciążona w środku siłą skupioną

Dla płyty kołowej, utwierdzonej na brzegu i obciążonej siłą skupioną w środku, znane jest rozwiązanie analityczne. Moment zginający na brzegu ma wartość $M_e = -P/(4 \cdot \pi)$ [58].

Płytę kołową aproksymowano zbiorem skończonej liczby elementów wpisanych w okrąg o promieniu e (Rys. 27).



Rys. 27. Płyta kołowa

W tabeli 2.13 porównano wartości momentu zginającego M_e obliczone przy zastosowaniu metody elementów brzegowych z rozwiązaniem analitycznym.

Tabela 2.13. Płyta kołowa, utwierdzona na obwodzie. Wyniki obliczeń

MEB - praca. Liczba elementów	M_e ($\epsilon \cong 0.001$)
24	$-0.0795151 \cdot P$
48	$-0.0796915 \cdot P$
96	$-0.0795746 \cdot P$
192	$-0.0795768 \cdot P$
Rozw. analityczne [58]	$-0.0795775 \cdot P$