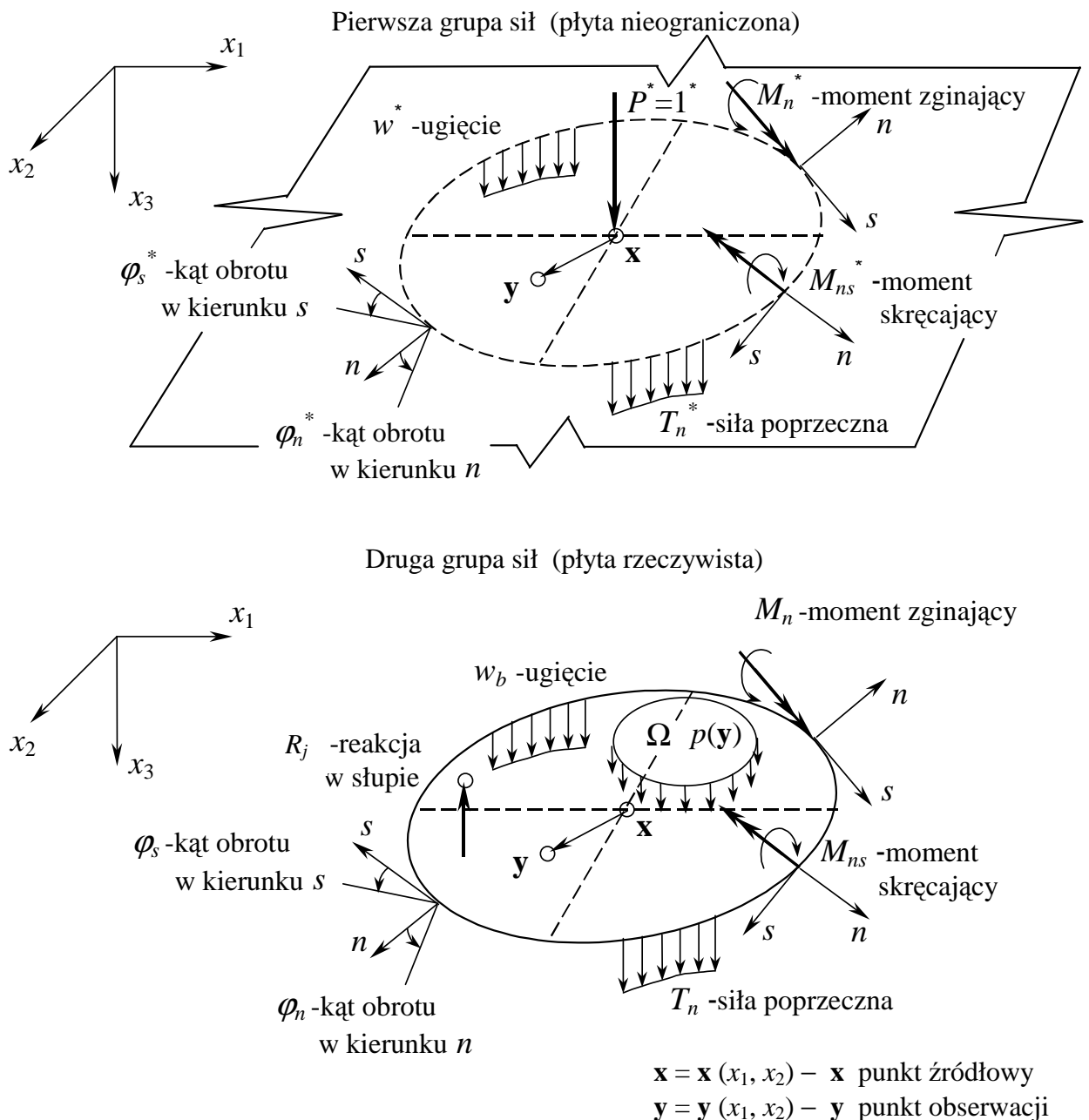


3.1. CAŁKOWE SFORMUŁOWANIE ZADANIA STATYKI PŁYTY SPOCZYWAJĄCEJ NA PODPORACH SŁUPOWYCH

Formułując równanie pracy wirtualnej z wykorzystaniem wielkości brzegowych można uwzględnić występowanie podpór słupowych w obszarze płyty. Zakładając, że uwzględnia się liczbę m -podpór, $j = 1 \dots m$. (Rys. 26), należy dodać do równań (2.3) oraz (2.4) człon związany z pracą rzeczywistej reakcji R_j na wirtualnym (podstawowym) przemieszczeniu w_j^* . Pojawia się j -liczba nowych niewiadomych w postaci reakcji w kolumnach ale jednocześnie dochodzi j -liczba całkowych równań brzegowych, zapisanych względem punktów kolokacji zlokalizowanych wewnątrz obszaru płyty.



Rys.26. Wielkości występujące w brzegowych równaniach całkowych

Całkowe równania brzegowe będą miały postać:

$$\begin{aligned}
 & c(\mathbf{x}) \cdot w(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma} \left[T_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot w(\mathbf{y}) - M_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_n(\mathbf{y}) - M_{ns}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_s(\mathbf{y}) \right] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) = \\
 & = \int_{\Gamma} \left[T_n(\mathbf{y}) \cdot w^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - M_n(\mathbf{y}) \cdot \varphi_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - M_{ns}(\mathbf{y}) \cdot \varphi_s^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \right] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) - \sum_{j=1}^m R_j \cdot w^*(j, \mathbf{x}) + \\
 & + \int_{\Omega} p(\mathbf{y}) \cdot w^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot d\Omega(\mathbf{y})
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

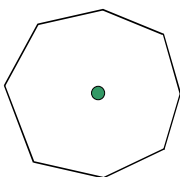
$$\begin{aligned}
 & c(\mathbf{x}) \cdot \varphi_n(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma} \left[\bar{T}_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot w(\mathbf{y}) - \bar{M}_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_n(\mathbf{y}) - \bar{M}_{ns}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_s(\mathbf{y}) \right] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) = \\
 & = \int_{\Gamma} \left[\bar{T}_n(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \bar{w}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - \bar{M}_n(\mathbf{y}) \cdot \bar{\varphi}_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - \bar{M}_{ns}(\mathbf{y}) \cdot \bar{\varphi}_s^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \right] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) - \sum_{j=1}^m R_j \cdot \bar{w}^*(j, \mathbf{x}) + \\
 & + \int_{\Omega} p(\mathbf{y}) \cdot \bar{w}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot d\Omega(\mathbf{y})
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

gdzie:

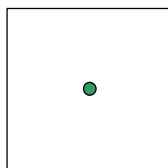
$$\left\{ \bar{T}_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \bar{M}_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \bar{M}_{ns}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \bar{w}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \bar{\varphi}_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \bar{\varphi}_s^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \right\} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial n(\mathbf{x})} \left\{ T_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), M_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), M_{ns}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), w^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \varphi_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \varphi_s^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \right\}$$

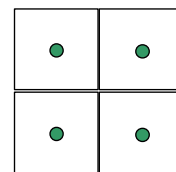
W równaniach (3.1) i (3.2) reakcja w podporze słupowej wyrażona została w postaci siły skupionej. Ma to tę niedogodność, że wartości drugich pochodnych funkcji podstawowej $w_j^*(x_1, x_2)$ dążą do nieskończoności. Aby to wyeliminować, można zastąpić reakcję w postaci siły skupionej R_j , reakcją rozłożoną po powierzchni stempla q_{rj} . Można zatem wprowadzić powierzchniowe elementy brzegowe typu „constans” o jednym punkcie kolokacji (Rys. 28a i Rys. 28b) lub, jeśli podpora ma znaczne wymiary w odniesieniu do wymiarów płyty, kilka powierzchniowych elementów brzegowych (Rys. 28c) zgrupowanych na powierzchni słupa. Obliczając elementy macierzy charakterystycznej, należy wówczas dokonać całkowania odpowiednich funkcji podstawowych po powierzchni słupa. W przypadku słupa o dowolnym kształcie (Rys. 28a) można posłużyć się wyprowadzonymi wcześniej wzorami, które stosowano przy budowie elementów wektora prawej strony [1]. Jeśli stosuje się podpory o kształcie prostokątnym można wykonać całkowanie odpowiednich funkcji podstawowych w kartezjańskim układzie współrzędnych, co daje zamkniętą formułę całki, wyrażoną przez współrzędne wierzchołków prostokąta x_{rj}, y_{rj} .



Rys.28a



Rys.28b

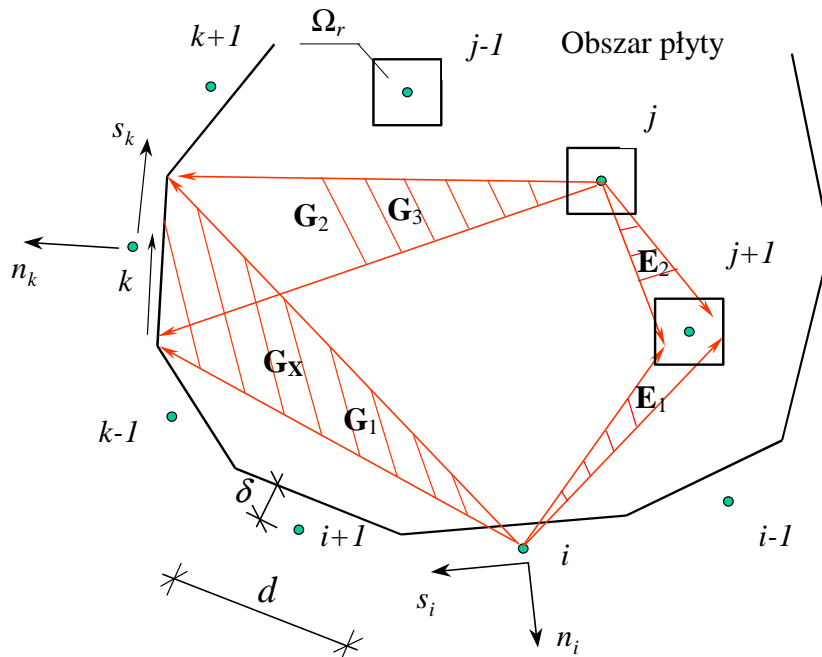


Rys.28c

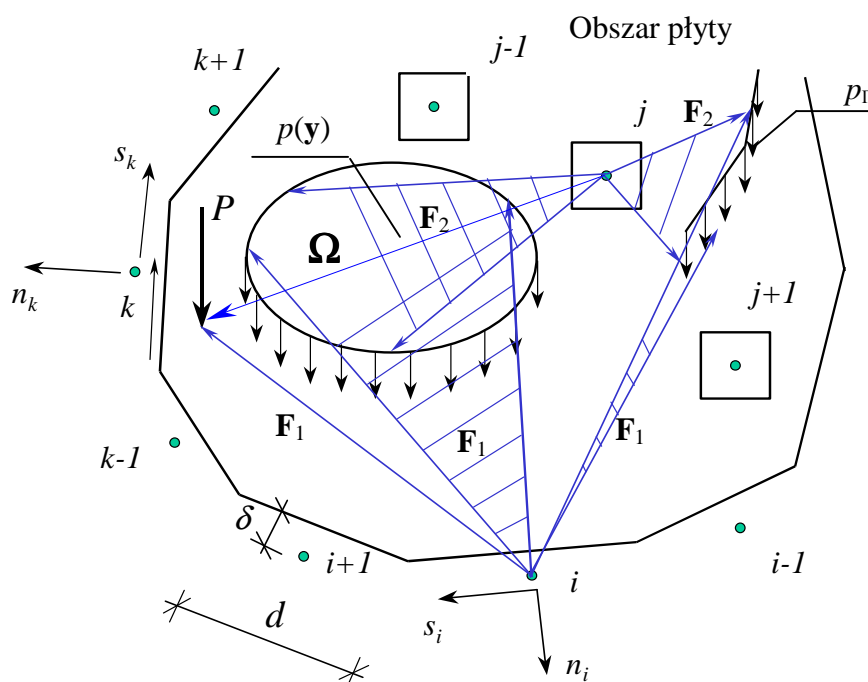
3.2. BUDOWA UKŁADU RÓWNAŃ ALGEBRAICZNYCH

Układ równań algebraicznych rozbuduje się o dodatkowe człony związane z nowymi niewiadomymi (reakcjami w podporach słupowych). Ma on postać (Rys. 29 i Rys. 30):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_X & \mathbf{G}_1 & \mathbf{E}_1 \\ \Delta & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X} \\ \varphi_s \\ \mathbf{q}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$



Rys. 29. Obliczanie elementów macierzy charakterystycznej



Rys. 30. Obliczanie elementów wektora prawej strony

3.3. OBLICZANIE UGIĘCIA PŁYTY

Rozwiązanie układu równań pozwoliło określić odpowiednie wielkości brzegowe oraz wielkości reakcji w podporach słupowych. Bazując na tym samym całkowym równaniu brzegowym (3.1) można obliczyć ugięcie w dowolnym punkcie obszaru płyty (punkt kolokacji znajduje się teraz wewnątrz obszaru płyty), podobnie jak to miało miejsce w podrozdziale 2.4. Do obliczania wartości ugięcia można wykorzystać wyprowadzone wcześniej odpowiednie całki brzegowe, całki po powierzchni obciążenia Ω oraz całki po krzywej dla obciążenia rozłożonego liniowo. Wzór opisujący ugięcie ulegnie nieznacznej modyfikacji o człon związany z reakcjami w podporach słupowych:

$$w = w(\bar{\mathbf{X}}) + w(\mathbf{q}_r) + w(q) \quad (3.4a)$$

Bezpośrednio z równania pracy wirtualnej otrzymuje się:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{x}) = & - \int_{\Gamma} [T_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot w(y) - M_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_n(y) - M_{ns}^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_s(y)] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) + \\ & + \int_{\Gamma} [T_n(\mathbf{y}) \cdot w^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - M_n(\mathbf{y}) \cdot \varphi_n^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - M_{ns}(\mathbf{y}) \cdot \varphi_s^*(\mathbf{y}, \mathbf{x})] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) + \\ & - \int_{\Omega_r} q_{rj}(\mathbf{y}) \cdot w^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot d\Omega(\mathbf{y}) + \int_{\Omega} p(\mathbf{y}) \cdot w^*(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot d\Omega(\mathbf{y}) \end{aligned} \quad (3.4b)$$

a po dyskretyzacji na elementy brzegowe przyjmuje formę:

$$\begin{aligned} w(x_1, x_2) = & - \sum_{k=1}^{le} w_k \cdot \int_{\Gamma_k} T_n^* \cdot d\Gamma_k + \sum_{k=1}^{le} \varphi_n \cdot \int_{\Gamma_k} M_n^* \cdot d\Gamma_k + \sum_{k=1}^{le} \varphi_s \cdot \int_{\Gamma_k} M_{ns}^* \cdot d\Gamma_k + \\ & + \sum_{k=1}^{le} T_n \cdot \int_{\Gamma_k} w^* \cdot d\Gamma_k - \sum_{k=1}^{le} M_n \cdot \int_{\Gamma_k} \varphi_n^* \cdot d\Gamma_k - \sum_{j=1}^m q_{rj} \cdot \int_{\Omega_r} w^*(i, \mathbf{x}) \cdot d\Omega_r + \sum_{l=1}^{Lp} p \cdot \int_{\Omega_l} w^* \cdot d\Omega \end{aligned} \quad (3.4c)$$

gdzie le jest liczbę elementów brzegowych, m jest liczbą podpór słupowych i Lp jest liczbą obciążeń ciągłych rozłożonych na powierzchni płyty.

3.4. OBLICZANIE KĄTA OBROTU W PŁYTCIE

Do obliczenia kąta obrotu wykorzystuje się wyprowadzone wcześniej całkowe równanie brzegowe (3.1). Równanie to należy zróżniczkować jednokrotnie po odpowiedniej współrzędnej x_i . Punkt kolokacji jest położony wewnątrz obszaru płyty, $c(\mathbf{x}) = 1$, analogicznie jak w podrozdziale 2.5. W każdym punkcie płyty oblicza się dwie wartości kąta obrotu względem globalnego układu współrzędnych O, x_1, x_2 . Do obliczania wartości kątów obrotu można wykorzystać wyprowadzone wcześniej odpowiednie całki brzegowe, całki po powierzchni obciążenia Ω oraz całki po krzywej

dla obciążenia rozłożonego liniowo. Wzór opisujący kąt obrotu zostanie zmodyfikowany o człon związany z reakcjami w słupach:

$$\varphi_{x_j} = \varphi_{x_j}(\bar{\mathbf{X}}) + \varphi_{x_j}(q_r) + \varphi_{x_j}(p) \quad j = 1, 2 \quad (3.4a)$$

Bezpośrednio z równania pracy wirtualnej otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \varphi_{x_j}(\mathbf{x}) = & - \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial T_n^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot w(\mathbf{y}) - \frac{\partial M_n^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_n(\mathbf{y}) - \frac{\partial M_{ns}^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot \varphi_s(\mathbf{y}) \right] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) + \\ & + \int_{\Gamma} \left[T_n(\mathbf{y}) \cdot \frac{\partial w^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - M_n(\mathbf{y}) \cdot \frac{\partial \varphi_n^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - M_{ns}(\mathbf{y}) \cdot \frac{\partial \varphi_s^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \right] \cdot d\Gamma(\mathbf{y}) + \\ & - \int_{\Omega_r} q_{ri}(\mathbf{y}) \cdot \frac{\partial w^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot d\Omega(\mathbf{y}) + \int_{\Omega} p(\mathbf{y}) \cdot \frac{\partial w^*}{\partial x_i}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \cdot d\Omega(\mathbf{y}) \end{aligned} \quad (3.4b)$$

a po dyskretyzacji na elementy brzegowe przyjmuje formę:

$$\begin{aligned} \varphi_{x_j}(x_1, x_2) = & - \sum_{k=1}^{le} w_k \cdot \int_{\Gamma_k} \frac{\partial T_n^*}{\partial x_i} \cdot d\Gamma_k + \sum_{k=1}^{le} \varphi_n \cdot \int_{\Gamma_k} \frac{\partial M_n^*}{\partial x_i} \cdot d\Gamma_k + \sum_{k=1}^{le} \varphi_s \cdot \int_{\Gamma_k} \frac{\partial M_{ns}^*}{\partial x_i} \cdot d\Gamma_k + \\ & + \sum_{k=1}^{le} T_n \cdot \int_{\Gamma_k} \frac{\partial w^*}{\partial x_i} \cdot d\Gamma_k - \sum_{k=1}^{le} M_n \cdot \int_{\Gamma_k} \frac{\partial \varphi_n^*}{\partial x_i} \cdot d\Gamma_k - \sum_{j=1}^m q_{rj} \cdot \int_{\Omega_r} \frac{\partial w^*(i, \mathbf{x})}{\partial x_i} \cdot d\Omega_r + \sum_{l=1}^{Lp} p \cdot \int_{\Omega_l} \frac{\partial w^*}{\partial x_i} \cdot d\Omega \end{aligned} \quad (3.4c)$$

gdzie le jest liczbę elementów brzegowych, m jest liczbą podpór słupowych i Lp jest liczbą obciążeń ciągłych rozłożonych na powierzchni płyty.

3.5. OBLICZANIE MOMENTÓW ZGINAJĄCYCH I MOMENTU SKRĘCAJĄCEGO W PŁYTCIE

Obliczanie momentu zginający w dowolnym punkcie płyty wykonuje się analogicznie jak w podrozdziale 2.6., różniczkując odpowiednie funkcje podstawowe występujące w brzegowym równaniu całkowym (3.1). Oblicza się drugie pochodne tych funkcji po współrzędnych x_1 i x_2 :

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left\{ T_n^*(x_1, x_2), M_n^*(x_1, x_2), M_{ns}^*(x_1, x_2), w^*(x_1, x_2), \varphi_n^*(x_1, x_2), \varphi_s^*(x_1, x_2) \right\},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left\{ T_n^*(x_1, x_2), M_n^*(x_1, x_2), M_{ns}^*(x_1, x_2), w^*(x_1, x_2), \varphi_n^*(x_1, x_2), \varphi_s^*(x_1, x_2) \right\},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \left\{ T_n^*(x_1, x_2), M_n^*(x_1, x_2), M_{ns}^*(x_1, x_2), w^*(x_1, x_2), \varphi_n^*(x_1, x_2), \varphi_s^*(x_1, x_2) \right\}.$$

Wówczas momenty zginające można przedstawić w znanej formie:

$$M_{x_1}(x_1, x_2) = -D \left(\frac{\partial^2 w(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} + \nu_p \frac{\partial^2 w(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \right) \quad (3.5)$$

$$M_{x_2}(x_1, x_2) = -D \left(\frac{\partial^2 w(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} + \nu_p \frac{\partial^2 w(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \right) \quad (3.6)$$

$$M_{x_1 x_2}(x_1, x_2) = -D(1 - \nu_p) \frac{\partial^2 w(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (3.7)$$

gdzie $w(x_1, x_2)$ jest funkcją ugięcia płyty w punkcie o współrzędnych x_1, x_2 .

Moment zginający można podzielić na człon związany z wielkościami brzegowymi, człon związany z reakcją w podporach słupowych i człon związany z obciążeniem:

$$M_{x_j} = M_{x_j}(\bar{\mathbf{X}}) + M_{x_j}(\mathbf{q}_r) + M_{x_j}(p) \quad j = 1, 2 \quad (3.8)$$

a moment skręcający:

$$M_{x_1 x_2} = M_{x_1 x_2}(\bar{\mathbf{X}}) + M_{x_1 x_2}(\mathbf{q}_r) + M_{x_1 x_2}(p) \quad (3.9)$$

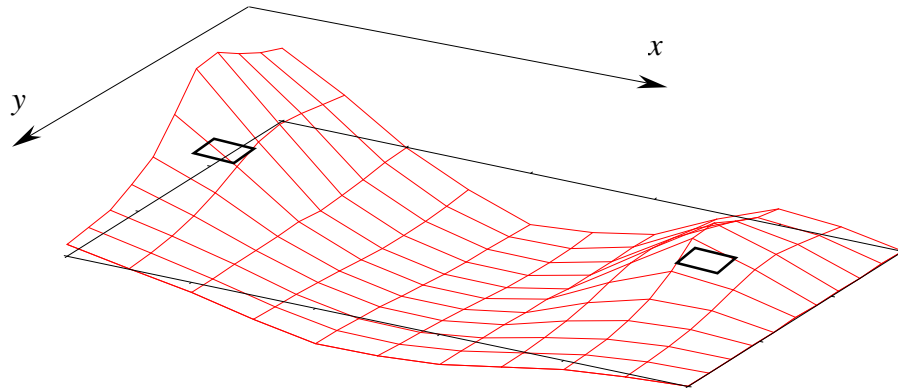
3.6. PRZYKŁADY OBLICZEŃ

W podrozdziałach 3.6.1. i 3.6.2. rozważane jest zadanie płyty prostokątnej, spoczywającej na wewnętrznych podporach słupowych mającej wszystkie krawędzie swobodne i obciążonej równomiernie. Wyniki obliczeń przedstawione są w wielkościach bezwymiarowych. Do ich weryfikacji wykorzystano pracę [61].

W podrozdziale 3.6.3. rozważane jest zadanie płyty mostowej ukośnej podpartej swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z dwoma wewnętrznymi podporami słupowymi i obciążonej równomiernie. Wyniki obliczeń przedstawione są w wielkościach bezwymiarowych i porównane z rozwiązaniami uzyskanymi metodą elementów skończonych. W celu uproszczenia oznaczeń przyjęto: $x_1 = x$ i $x_2 = y$. W przykładach stosuje się jeden punkt kolokacji w obrębie słupa.

Tabela 3.1a. c.d. Płyta prostokątna spoczywająca na sześciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$w \cdot D / (pl^4) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.2	MEB-praca	0.0383	0.1040	0.1627	0.1309	0.0349	-0.0278
	[61]	0.0350	0.1010	0.1600	0.1290	0.0330	-0.0290
0.3	MEB-praca	0.1603	0.2031	0.2473	0.2198	0.1413	0.0806
	[61]	0.1570	0.2000	0.2450	0.2180	0.1400	0.0760
0.4	MEB-praca	0.2490	0.2766	0.3081	0.2845	0.2183	0.1603
	[61]	0.2450	0.2730	0.3060	0.2830	0.2160	0.1550
0.5	MEB-praca	0.2807	0.3036	0.3303	0.3081	0.2461	0.1871
	[61]	0.2770	0.3000	0.3280	0.3060	0.2440	0.1840



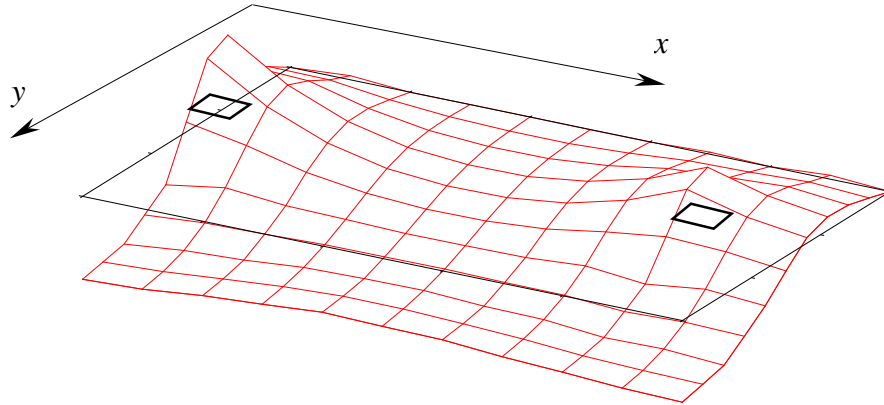
Rys. 32b. Płyta prostokątna, spoczywająca na sześciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne. Postać momentu zginającego M_x . 120 elementów brzegowych

Tabela 3.1b. Płyta prostokątna spoczywająca na sześciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$M_x / (pl^2) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	MEB-praca	-15.8540	0.0905	11.1368	7.6164	-3.5321	0.0000
	[61]	-14.9980	0.0560	10.6690	7.3360	-3.3880	0.0000
0.1	MEB-praca	-20.4515	1.1814	10.6252	7.6510	-6.7900	0.0000
	[61]	-20.3830	1.2480	10.6120	7.6860	-6.7590	0.0000
1/6	MEB-praca	-25.9701	2.0171	10.4020	7.8558	-10.3365	0.0000
	[61]	-26.0220	2.0940	10.4730	7.9460	-10.3060	0.0000
0.2	MEB-praca	-23.0925	2.0916	10.1714	7.7334	-8.8375	0.0000
	[61]	-23.1340	2.1550	10.2490	7.8290	-8.7380	0.0000

Tabela 3.1b. c.d. Płyta prostokątna spoczywająca na sześciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$M_x / (pl^2) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.3	MEB-praca	-9.7866	1.7321	9.0824	6.9659	-1.5462	0.0000
	[61]	-9.7900	1.7650	9.1570	7.0720	-1.3820	0.0000
0.4	MEB-praca	-4.1733	1.9321	8.0382	6.6106	1.2386	0.0000
	[61]	-4.1670	1.9620	8.1170	6.7350	1.4510	0.0000
0.5	MEB-praca	-2.5894	2.1366	7.6416	6.5457	1.9710	0.0000
	[61]	-2.5800	2.1660	7.7210	6.6770	2.2020	0.0000

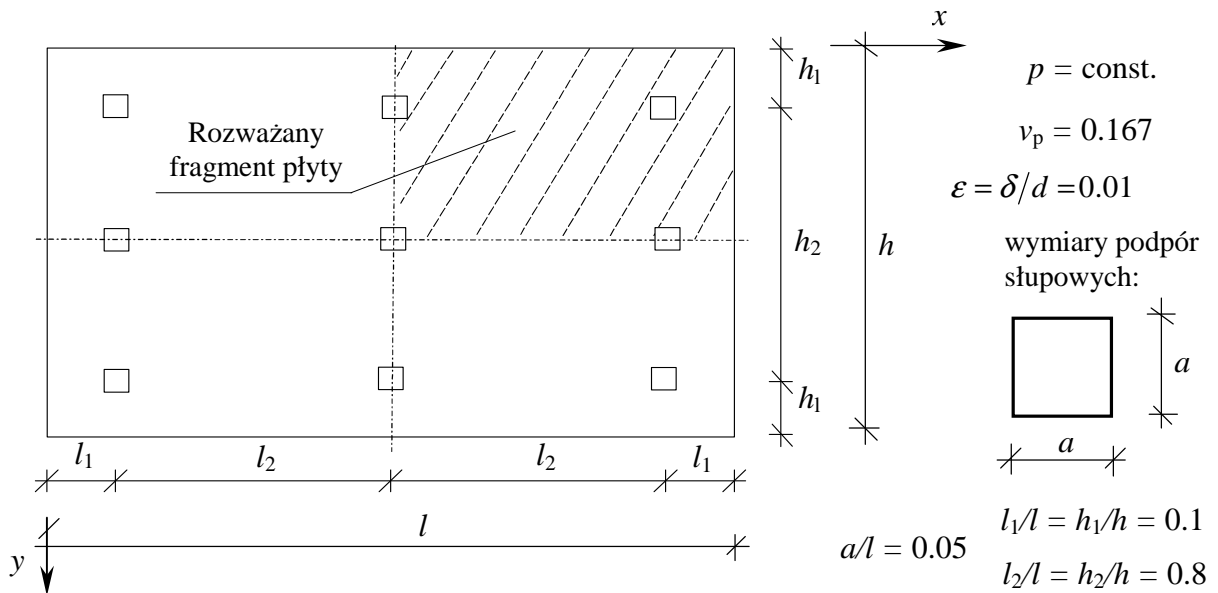


Rys. 32c. Płyta prostokątna, spoczywająca na sześciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne. Postać momentu zginającego M_y . 120 elementów brzegowych

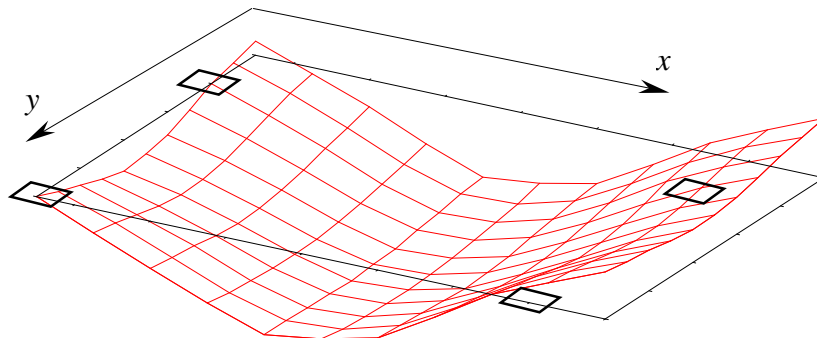
Tabela 3.1c. Płyta prostokątna spoczywająca na sześciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$M_y / (pl^2) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	MEB-praca	-5.6336	-1.9536	1.3210	0.0000	-3.0627	-2.4994
	[61]	-5.7130	-1.6830	1.2510	0.0920	-2.7950	-2.5830
1/6	MEB-praca	-17.4695	-1.6791	2.5000	0.5828	-9.3396	-2.6879
	[61]	-17.3980	-1.4150	2.7930	0.9940	-9.1410	-2.3560
0.2	MEB-praca	-12.3984	0.1000	3.5286	1.9552	-5.9476	-1.1432
	[61]	-12.2340	0.0740	3.9300	2.2970	-5.6100	-0.7530
0.3	MEB-praca	8.2222	7.3550	7.9847	7.8061	8.1756	7.5489
	[61]	8.4780	7.6460	8.3270	8.1530	8.4800	7.5340
0.4	MEB-praca	15.0119	13.2482	11.9808	12.4736	13.8112	14.4011
	[61]	15.3060	13.5570	12.3060	12.8010	14.1000	14.1130
0.5	MEB-praca	16.9674	15.2280	13.5332	14.1020	15.5856	16.7052
	[61]	17.2710	15.5420	13.8550	14.4240	15.9670	16.3360

3.6.2. Płyta prostokątna, mająca wszystkie krawędzie swobodne, spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, obciążona równomiernie na całej powierzchni



Rys. 33. Płyta prostokątna, spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych



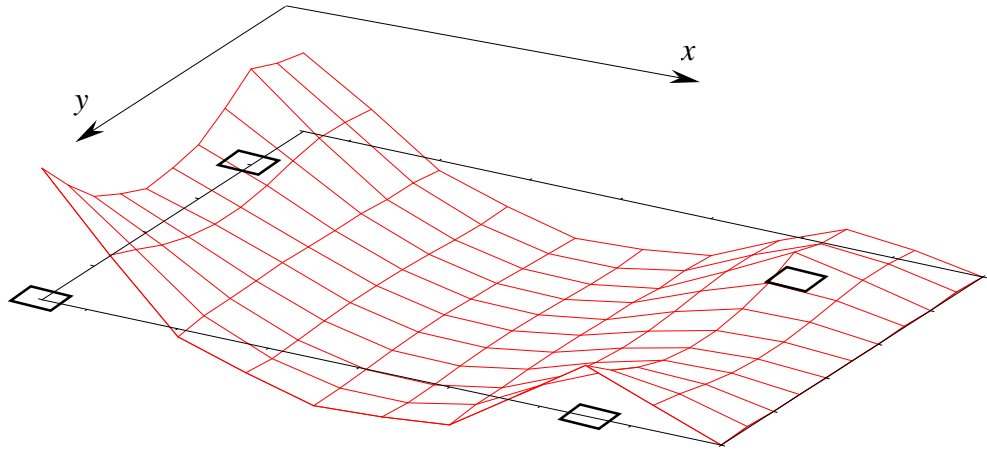
Rys. 34a. Płyta prostokątna, spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne. Postać ugięcia. 120 elementów brzegowych

Tabela 3.2a. Płyta prostokątna spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$w \cdot D / (pl^4) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	MEB-praca	-0.0204	0.0385	0.1040	0.0785	-0.0149	-0.8507
	[61]	-0.0210	0.0370	0.1000	0.0750	-0.0150	-0.0890
0.1	MEB-praca	0.0000	0.0576	0.1145	0.0889	0.0000	-0.0714
	[61]	0.0000	0.0560	0.1120	0.0870	0.0000	-0.0710
0.2	MEB-praca	0.0331	0.0770	0.1259	0.1020	0.2153	-0.0524
	[61]	0.0300	0.0740	0.1240	0.1000	0.0200	-0.0540

Tabela 3.2a. c.d. Płyta prostokątna spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$w \cdot D / (pl^4) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.3	MEB-praca	0.0445	0.0843	0.1312	0.1073	0.0287	-0.0464
	[61]	0.0410	0.0810	0.1290	0.1050	0.0270	-0.0490
0.4	MEB-praca	0.0241	0.0757	0.1294	0.1022	0.0152	-0.0577
	[61]	0.0200	0.0720	0.1270	0.1000	0.0140	-0.0600
0.5	MEB-praca	0.0000	0.0678	0.1273	0.0973	0.0000	-0.0669
	[61]	0.0000	0.0640	0.1240	0.0950	0.0000	-0.0690



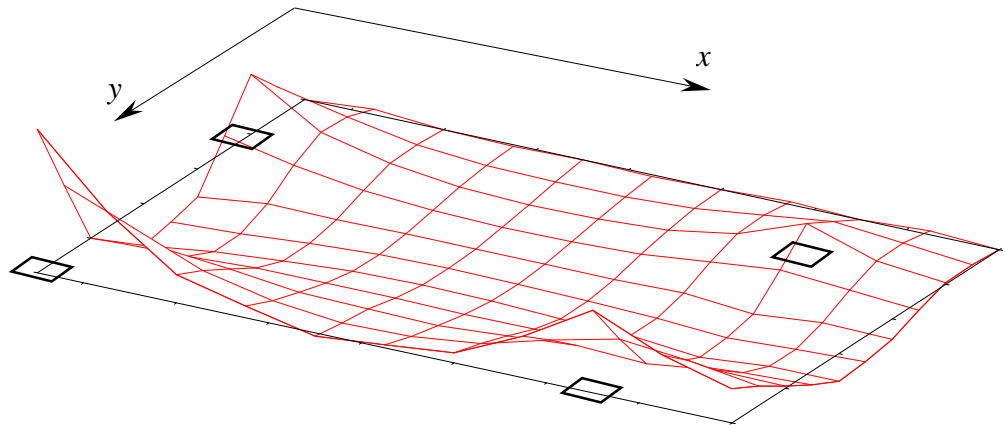
Rys. 34b. Płyta prostokątna, spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne. Postać momentu zginającego M_x . 120 elementów brzegowych

Tabela 3.2b. Płyta prostokątna spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$M_x / (pl^2) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	MEB-praca	-15.5399	4.9428	9.6398	7.3013	-3.6767	0.0000
	[61]	-15.2900	5.4970	9.6030	7.2920	-3.4540	0.0000
0.1	MEB-praca	-19.0611	1.0289	9.0259	7.1911	-5.8568	0.0000
	[61]	-19.7210	1.1510	9.0220	7.2330	-5.7340	0.0000
0.2	MEB-praca	-10.6659	0.5336	8.3770	6.6511	-1.2792	0.0000
	[61]	-10.5560	0.5590	8.4280	6.7280	-1.1530	0.0000
0.3	MEB-praca	-8.6770	0.2179	8.2617	6.4306	-0.1000	0.0000
	[61]	-8.6480	0.2380	8.3230	6.5150	-0.0930	0.0000

Tabela 3.2b. c.d. Płyta prostokątna spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$M_x / (pl^2) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.4	MEB-praca	-13.7962	0.6845	8.9546	6.8413	-3.0058	0.0000
	[61]	-13.8100	0.7080	9.0200	6.9260	-2.9240	0.0000
0.5	MEB-praca	-26.0605	1.6480	9.4838	7.5016	-10.0421	0.0000
	[61]	-26.1250	1.7100	9.5530	7.5850	-9.9890	0.0000

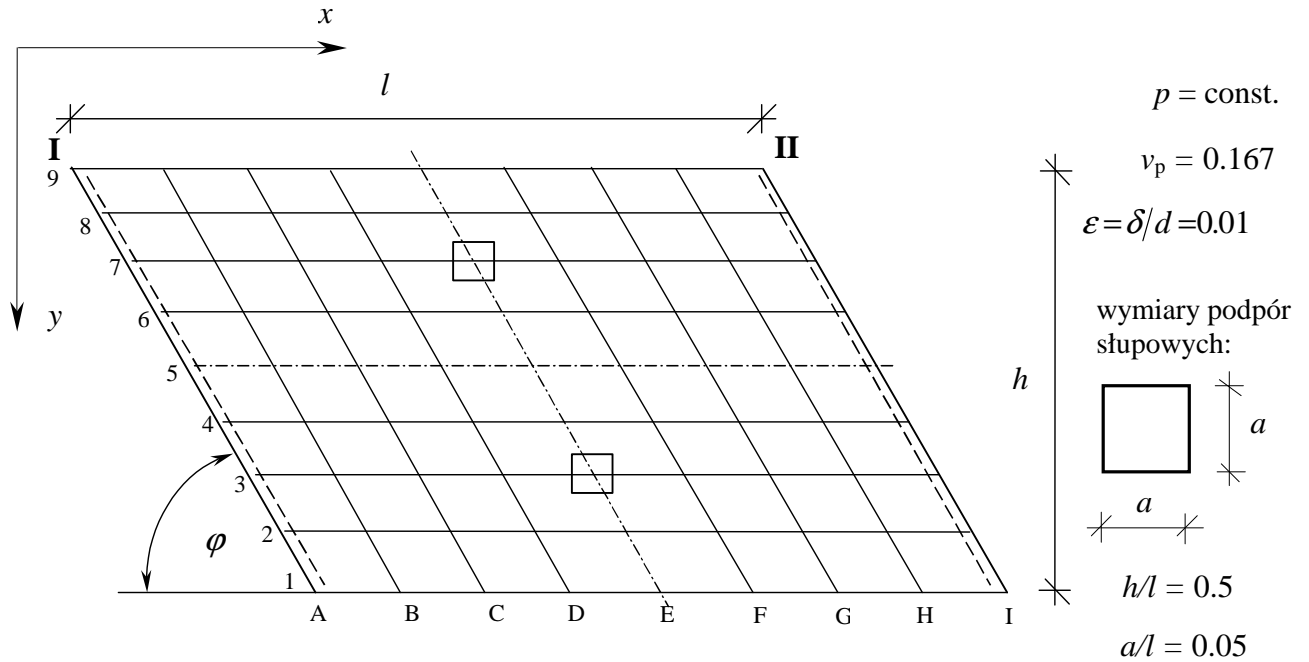


Rys. 34c. Płyta prostokątna, spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne. Postać momentu zginającego M_y . 120 elementów brzegowych

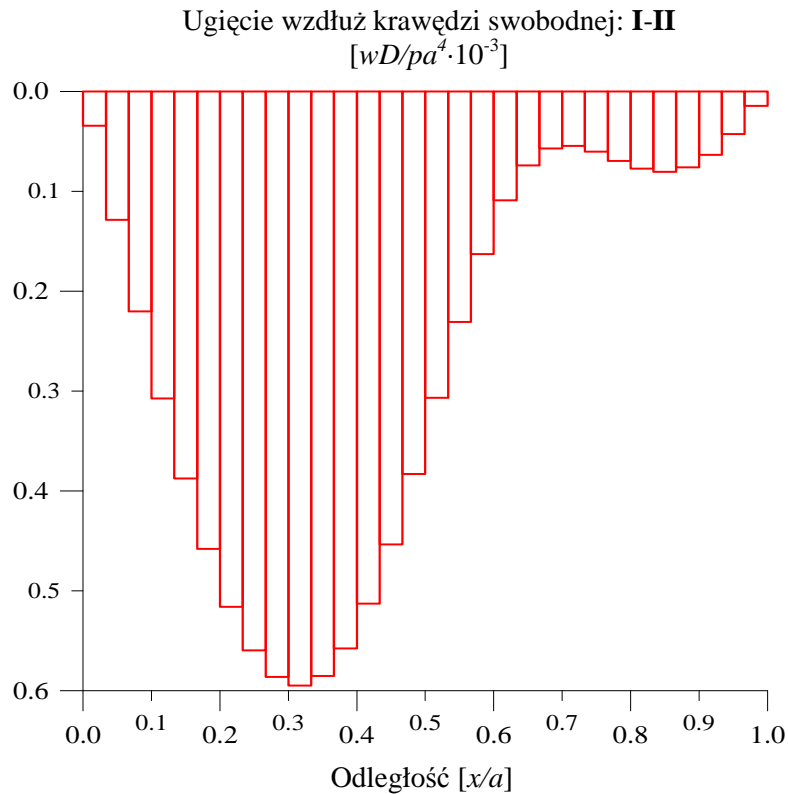
Tabela 3.3c. Płyta prostokątna spoczywająca na dziewięciu podporach słupowych, mająca wszystkie krawędzie swobodne, obciążona równomiernie na całej powierzchni. Wyniki obliczeń. 120 elementów brzegowych

		$M_y / (pl^2) \cdot 10^{-3}$					
y/h	x/l	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	MEB-praca	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	[61]	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1	MEB-praca	-0.9000	-0.1537	1.5129	0.8452	-4.3970	-0.2431
	[61]	-1.08930	-0.1650	1.6490	0.8690	-4.3260	-0.2040
0.2	MEB-praca	4.0152	2.9617	2.8800	2.9778	3.6115	2.9480
	[61]	4.1510	3.0390	3.0470	3.1450	3.7110	3.0870
0.3	MEB-praca	6.0092	3.9353	3.0696	3.6422	4.8647	3.9616
	[61]	6.0970	4.0320	3.1870	3.7660	4.9720	4.0800
0.4	MEB-praca	0.1200	0.1203	1.5356	1.1245	0.7900	-0.3135
	[61]	0.1320	0.1170	1.6300	1.2270	0.8840	-0.2670
0.5	MEB-praca	-20.6125	-4.0324	0.4948	-1.4305	-11.8238	-4.8720
	[61]	-20.6020	-3.9740	0.5090	-1.3430	-11.7250	-4.6940

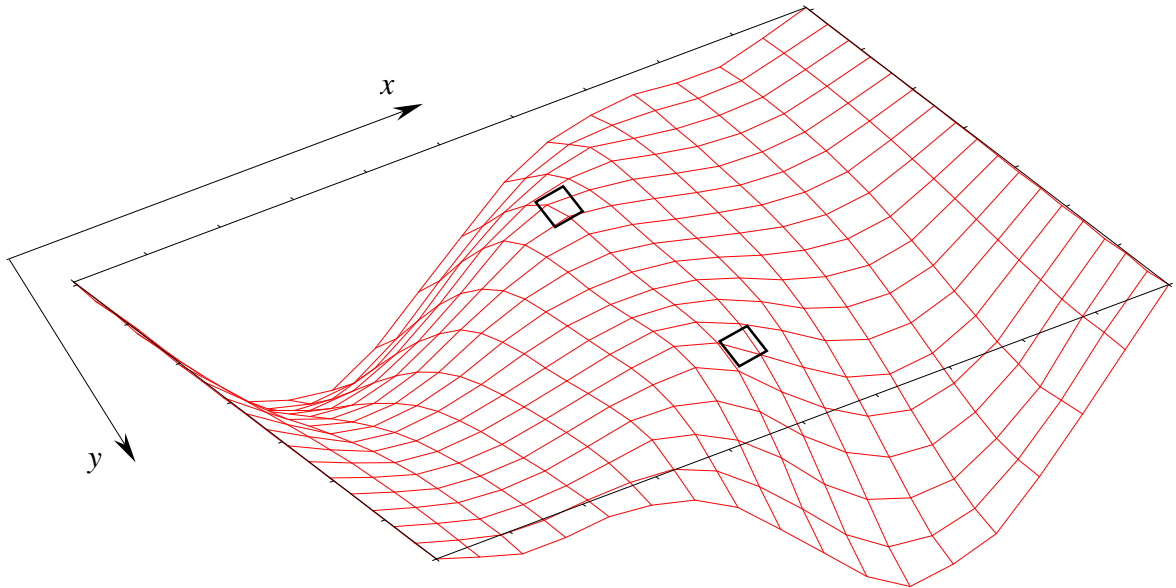
3.6.3. Płyta mostowa skośna, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z dwoma wewnętrznymi podporami słupowymi, obciążona równomiernie na całej powierzchni



Rys. 35. Płyta mostowa skośna, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach, z dwoma wewnętrznymi podporami słupowymi. $\varphi = 45^\circ$

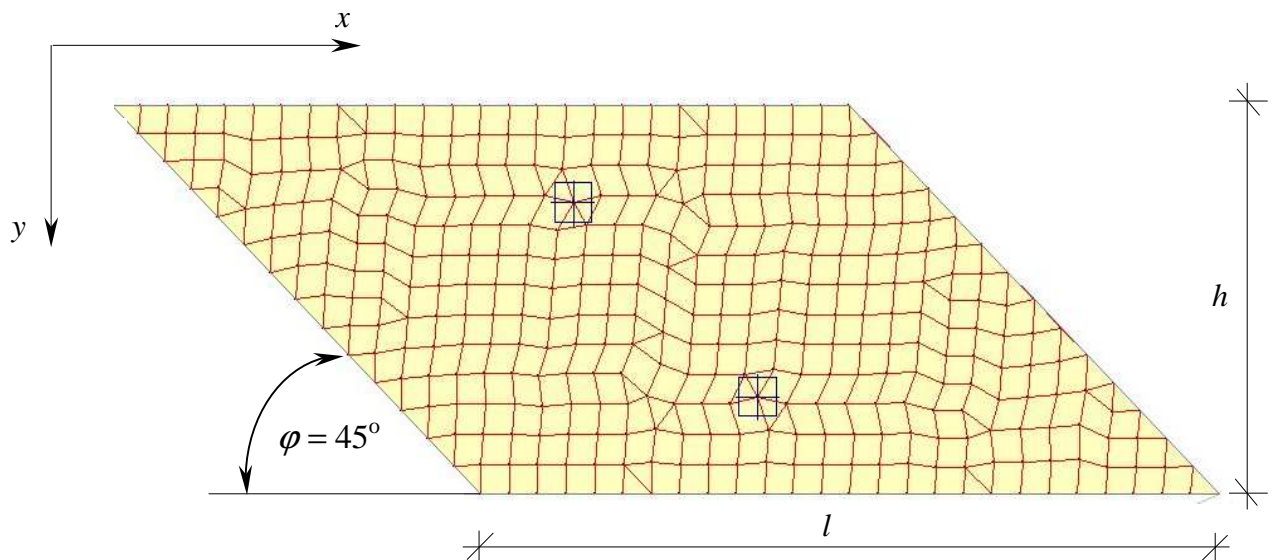


Rys. 36a. Postać ugięcia dla płyty mostowej skośnej, podpartej swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach, z dwoma wewnętrznymi podporami słupowymi. $\varphi = 45^\circ$. 120 elementów brzegowych



Rys. 36b. Postać ugięcia płyty mostowej skośnej, podpartej swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z dwoma wewnętrznymi podporami słupowymi, $\varphi = 45^\circ$.
120 elementów brzegowych

W celu weryfikacji wyników przeprowadzono dodatkowe obliczenia przy zastosowaniu metody elementów skończonych (Rys. 36). Obliczenia wykonano przy użyciu programu PL-WIN. Zastosowano trójkątne elementy płytowe trójwęzłowe o trzech stopniach swobody w węzle.



Rys. 37. Siatka elementów skończonych

Tabela 2.3. Płyta mostowa skośna, podparta swobodnie na dwóch przeciwległych krawędziach z dwoma wewnętrznymi podporami słupowymi, $\varphi = 45^\circ$, 120 elementów brzegowych

Punkt		2B	3B	4B	5B	6B	7B	8B
wD/pl^4 $\cdot 10^{-3}$	praca	0.071900	0.080068	0.104319	0.147415	0.203309	0.259128	0.303256
	MES	0.066964	0.080357	0.107143	0.147321	0.200893	0.261161	0.308036
M_x/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	0.596620	0.561430	0.763740	1.036817	1.194649	1.171415	0.979355
	MES	0.560000	0.580000	0.777500	1.037500	1.195000	1.182500	0.997500
M_y/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	0.197657	0.242053	0.080490	-0.074164	-0.897367	-0.011147	0.056336
	MES	0.222500	0.257500	0.087500	-0.072500	-0.875000	-0.050000	0.042500
M_{xy}/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.436875	-0.454340	-0.513221	-0.486919	-0.391721	-0.285718	-0.161527
	MES	-0.415000	-0.435000	-0.502500	-0.472500	-0.382500	-0.292500	-0.192500
Punkt		2C	3C	4C	5C	6C	7C	8C
wD/pl^4 $\cdot 10^{-3}$	praca	0.064513	0.079066	0.096598	0.137252	0.221753	0.337209	0.456086
	MES	0.062946	0.080357	0.093750	0.133928	0.220982	0.334821	0.455357
M_x/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	0.339416	0.423242	0.332351	0.574798	1.069358	1.396251	1.515417
	MES	0.330000	0.425000	0.352500	0.565000	1.080000	1.392500	1.507500
M_y/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	0.030000	0.280143	0.364995	0.101123	-0.088889	0.082881	0.066793
	MES	0.047500	0.312500	0.377500	0.087500	-0.072500	0.075000	0.097500
M_{xy}/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.228386	-0.252528	-0.491541	-0.751099	-0.690936	-0.522238	-0.385330
	MES	-0.245000	-0.260000	-0.480000	-0.735000	-0.680000	-0.515000	-0.392500
Punkt		2D	3D	4D	5D	6D	7D	8d
wD/pl^4 $\cdot 10^{-3}$	praca	0.018073	0.020801	0.042581	0.049073	0.082488	0.203869	0.379141
	MES	0.020759	0.021428	0.042857	0.049554	0.080357	0.207589	0.381696
M_x/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-1.169950	-0.140306	-0.032148	-0.488544	-0.430840	0.538069	1.119296
	MES	-1.187500	-0.137500	-0.010000	-0.435000	-0.452500	0.542500	1.110000
M_y/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.440221	-0.381841	0.159955	0.222221	-0.481141	-0.529602	-0.115835
	MES	-0.570000	-0.327500	0.150000	0.225000	-0.515000	-0.510000	-0.080000
M_{xy}/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.453044	0.044450	0.186016	-0.138902	-0.781085	-0.549045	-0.459108
	MES	-0.450000	0.032500	0.152500	-0.132500	-0.770000	-0.530000	-0.437500
Punkt		2E	3E	4E	5E	6E	7E	8E
wD/pl^4 $\cdot 10^{-3}$	praca	0.139523	0.000000	0.001228	0.018212	0.001228	0.000000	0.139523
	MES	0.147321	0.000000	0.002879	0.018080	0.002879	0.000000	0.147321
M_x/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.855014	-3.070710	-0.827240	-0.292331	-0.827240	-3.070710	-0.855014
	MES	-0.832500	-2.785000	-0.875000	-0.285000	-0.875000	-2.785000	-0.832500
M_y/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.491457	-2.589235	-0.442658	0.040200	-0.442658	-2.589235	-0.491457
	MES	-0.550000	-2.390000	-0.472500	0.040000	-0.472500	-2.390000	-0.550000
M_{xy}/pl^2 $\cdot 10^{-2}$	praca	-0.089683	-0.211688	0.450935	0.519398	0.450935	-0.211688	-0.089683
	MES	-0.092500	-0.262500	0.402500	0.512500	0.402500	-0.262500	-0.092500