

## 7.1. PODSUMOWANIE PRACY

W pracy przeprowadzono analizę statyki, dynamiki i stateczności płyt cienkich metodą elementów brzegowych, przy wprowadzeniu fizycznych warunków brzegowych. Zastosowano elementy typu „constans”. Proponowana metoda rozwiązywania zadania zginania płyty cechuje się szybką zbieżnością wyników już przy niewielkim stopniu dyskretyzacji. W prezentowanym sformułowaniu nie stosuje się na brzegu zastępczych sił poprzecznych i sił skupionych w narożach płyty. Jest to element nowości w odniesieniu do klasycznego sformułowania zadania i pozwala na znaczne uproszczenia przy budowie całkowych równań brzegowych.

Przyjęcie punktów kolokacji na zewnątrz obszaru płyty pozwoliło wyeliminować niedogodność obliczania całek osobliwych. W rozdziale drugim pracy poświęconej statyce płyt, przeprowadzono analizę wrażliwości ugięcia i momentu zginającego na parametr odsunięcia punktu kolokacji od elementu brzegowego (brzegu płyty)  $\varepsilon = \delta/d$ . Analiza ta pokazuje, że można zastosować całkowanie numeryczne dla wszystkich elementów macierzy charakterystycznej, ponieważ rozwiązanie pozostaje stabilne nawet przy znacznym oddaleniu punktu kolokacji od brzegu płyty. Wykazano również przydatność podanego sformułowania w analizie płyt mostowych ukośnych. Wyniki obliczeń porównano z rozwiązaniami analitycznymi, empirycznymi oraz metodą elementów skończonych.

W rozdziale trzecim dokonano analizy płyt cienkich spoczywających na podporach słupowych. Całkowe równania brzegowe zmodyfikowane zostały przez dodanie nowych członów związanych z dodatkowymi niewiadomymi w postaci reakcji w podporach słupowych. Zakładając, że reakcja rozłożona jest na powierzchni stempla o dowolnych wymiarach, wyeliminowano osobliwość w punkcie kolokacji związanym z podporą słupową, a do obliczania odpowiednich elementów macierzy charakterystycznej wykorzystano algorytm całkowania stosowany wcześniej przy obliczaniu elementów wektora wyrazów wolnych. Otrzymane wyniki porównano z rozwiązaniami analitycznymi, a zadanie płyty mostowej ukośnej spoczywającej na dwóch podporach słupowych zweryfikowano dodatkowo przy zastosowaniu metody elementów skończonych.

Sformułowanie całkowe zadania zginania płyty z uwzględnieniem podpór słupowych wewnątrz jej obszaru było punktem wyjścia do sformułowania zadania zginania płyty spoczywającej na podłożu sprężystym typu Winklera i półprzestrzeni sprężystej. Całkowe równania brzegowe z rozdziału trzeciego uległy nieznacznej modyfikacji przez zastąpienie reakcji w podporach słupowych reakcją w postaci odporu podłoża. Model półprzestrzeni sprężystej został sformułowany przy zastosowaniu zasady superpozycji i rozwiązania fundamentalnego Boussinesq'a. Dla płyty spoczywającej na podłożu sprężystym typu Winklera przeprowadzono dodatkową analizę uwzględniającą więzy jednostronne. Wyniki obliczeń porównano

z rozwiązaniami uzyskanymi przy zastosowaniu metody elementów brzegowych. Całość przedstawiono w rozdziale czwartym.

W rozdziale piątym zaprezentowano liniową teorię drgań własnych płyty oraz płyty zanurzonej w cieczy. Wpływ cieczy opisuje pełna macierz mas, a rozmiar zadania nie wzrasta po uwzględnieniu interakcji płyta-ciecz. Wpływ ośrodka cieczy na częstości drgań własnych płyty jest znaczący i może również powodować zmianę postaci drgań. Przeprowadzono też analizę drgań własnych płyty mostowej ukośnej. Wyniki obliczeń dla zadań klasycznych porównano z rozwiązaniami analitycznymi.

Zagadnienie zaprezentowane w rozdziale piątym stanowiło podstawę do sformułowania całkowych równań brzegowych opisujących problem stateczności początkowej płyt cienkich. Analizę tę przedstawiono w rozdziale szóstym. Prezentowane podejście umożliwia rozwiązanie zadania stateczności początkowej płyt cienkich dla różnych rozkładów obciążenia normalnego. Wyniki obliczeń dla zadań klasycznych porównano z rozwiązaniami analitycznymi.

## 7.2. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Wprowadzenie fizycznych warunków brzegowych oraz zastosowanie elementu typu „constans” znacznie upraszcza algorytm formułowania całkowych równań brzegowych.
2. Odsunięcie punktu kolokacji na zewnątrz obszaru płyty nie wpływa na rozwiązanie oraz dodatkowo upraszcza algorytm obliczeń. Można wtedy również zastosować całkowanie numeryczne przy obliczaniu elementów quasi-diagonalnych macierzy charakterystycznej. Wartość parametru  $\varepsilon = \delta/d$  można bezpiecznie przyjmować od 0.001 do 1.0.
3. Zaproponowane podejście jest bardzo dogodne do analizy statyki i dynamiki płyt mostowych skośnych.
4. W zadaniach takich jak płyta spoczywająca na podłożu sprężystym, w których występuje duża liczba niewiadomych geometrycznych, mogą być kłopoty z uwarunkowaniem macierzy charakterystycznej. Prowadzi to do nieznaczącej asymetrii wyników. Rozwiązanie otrzymujemy z dokładnością do czterech, pięciu cyfr znaczących. Nie wpływa to jednak w sposób decydujący na całość zadania np. obliczanie ugięcia i momentu zginającego w miejscu nie będącym wewnętrznym punktem kolokacji. W analizie z uwzględnieniem więzów jednostronnych potrzebna jest niewielka liczba iteracji.
5. Wprowadzenie interakcji płyta-ciecz nie powoduje zwiększenia rozmiaru zadania.
6. Analizę stateczności początkowej płyt można przeprowadzić dla dowolnego rozkładu obciążenia normalnego nie komplikując algorytmu obliczeń.